ÉPÍTŐ- ÉS ÉPÍTÉSZMÉRNÖKI KAR

NÁPOLYI „II Federico” EGYETEM
Via Claudio, 21 – 80125 Nápoly
tel. 081/7683336 - fax 081/7683332
website: www.dist.unina.it

Számítási útmutató

2016. január

Amennyiben másként nem jelöljük, a következő példák az alábbi irányelv alapján készültek: "**CNR-DT 200 R1/2013** ***Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systemsfor Strengthening Concrete Structures***".

1 KÖPENYEZÉS

1.1 Számítási példa egy téglalap keresztmetszet folytonos köpenyezésére MAPEWRAP C UNI-AX 300 termékkel

Vegyünk példaként egy 32 x 50 cm méretű vasbeton keresztmetszetet, ami a lenti ábrán látható. Az anyag szilárdságok átlagos értékeit helyszíni vizsgálatokból (OPCM 3431, Cap 11) vesszük, amik az alábbi értékek: f_{cm} = 20 MPa betonra és f_{ym} = 300 MPa az acélbetétekre. A megbízhatósági tényezőt 1.0-nek (LC3) tételezzük fel és az anyagok tervezési szilárdsági értékeiről feltételezzük, hogy: $f_d = f_m$

Keresztmetszeti jellemzők:

- Elem magassága: H = 500 mm
- Elem szélessége: B = 320 mm
- Teljes keresztmetszeti terület:: A_g = 160000 mm^2
- Hosszvasalás területe: A_{st} = 8Φ20 = 2512 mm^2
- Betontakarás: d = 30 mm
- Sarok sugara: r_c= 20 mm

Anyagjellemzők:

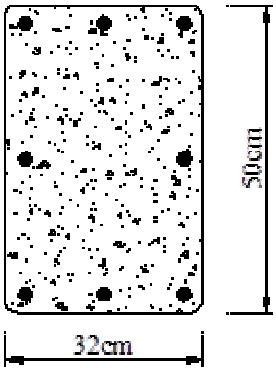
Beton:

$$f_{cm} = 20 \text{ MPa}$$

Betonacél:

$$f_{ym} = 300 \text{ MPa}$$

$$E_s = 210000 \text{ MPa}$$



1. ábra- Keresztmetszet: 32 x 50 cm

Az oszlop, aminek a megbízhatósági tényezőjét (a szerkezet tulajdonságainak ismeretétől függő tényező – olasz szabvány) 1.0-nek feltételezzük, folytonos, egyirányú szénszál szövettel van megerősítve, amelynek típusa MAPEWRAP C UNI-AX 300, és amelynek jellemzői:

FRP jellemzők	
Vastagság rétegenként t_f	**0.164 mm**
Szakítószilárdság $f_{f,uk}$	**4900MPa**
Szakadási nyúlás ε_{kf}	**0,0190 mm/mm**
Rugalmassági modulus E_f	**252000 MPa**

- Rétegek száma: n_f:1
- FRP megerősítő sávok szélessége: b_f: 400 mm

Ha a keresztmetszetre hajlítónyomaték és nagy külpontosságú normálerő hat, a köpenyezés hatását a szakadó nyúlás segítségével kell megállapítani; ha pedig a keresztmetszetre központos vagy kis külpontosságú normálerő hat, akkor azt a szilárdság növekmény segítségével kell kiszámolni.

A hozzájárulások (duktilitás vagy szilárdság növekmény) meghatározásának folyamata mindkét esetben ugyanaz, kivéve a „csökkentett tervezési alakváltozás”-t, amit az alábbiakban mutatunk be.

Feltételezzük, hogy az FRP parciális tényezője γ_f=1 (3.4.1 fejezet) és beltéri kitettségi körülmények vannak (3.5.1 fejezet, 3-2 táblázat), illetve szénszálat és epoxi gyantát alkalmazunk, így a környezeti konverziós tényező: η_a = 0.95.

A hatékony köpenyezési feszültség az alábbi kifejezéssel számítható:

$$f_{l,eff} = k_{eff} \cdot f_l$$

A köpenyezési feszültség az alábbi kifejezéssel határozható meg:

$$f_l = \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_{fd,rid}$$

ahol:

ρ_f = a megerősítés geometriai aránya

E_f = az FRP rugalmassági modulusa

$\varepsilon_{fd,rid} = \min\left\{\eta_a \cdot \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f}\ ; 0.6 \cdot \varepsilon_{fk}\right\} =$ csökkentett tervezési alakváltozás

<u>Ha a keresztmetszetre kis külpontosságú normálerő hat, a csökkentett tervezési alakváltozást a következőképpen számíthatjuk:</u>

$\varepsilon_{fd,rid} = min\left\{\frac{\eta_a \cdot \varepsilon_{fk}}{\gamma_f}; 0{,}004\right\}$ 4.5.2.1 *fejezet*

A k_{eff} hatékonysági tényezőt az alábbiakból kapjuk:

$$k_{eff} = k_H \cdot k_V \cdot k_\alpha$$

k_V = 1 folytonos köpenyezés esetén

k_α = 1; ez a tényező akkor nem egyenlő 1-el, ha spirálisan elhelyezett FRP szövetet alkalmazunk

$$k_{eff} = k_H = 1 - \frac{b'^2 + h'^2}{3 \cdot A_g}$$

ahol *b'* és *h'* a keresztmetszet méretei a lekerekítések nélkül és A_g a keresztmetszeti terület.

A megerősítés geometriai arányát a következőképen számítjuk:

$$\rho_f = \frac{2 \cdot t_f \cdot (b+h)}{b \cdot h} \quad [\, b \text{ és } h \text{ a keresztmetszet méretei} \,]$$

A számokat behelyettesítve a példa szerint:

$$\rho_f = \frac{2 \cdot t_f \cdot (b+h)}{b \cdot h} = \frac{2 \cdot 0.164 \cdot (320+500)}{320 \cdot 500} = 0.0017$$

$$b' = b - 2 \cdot r_c = 320 - 2 \cdot 20 = 280 \text{ mm}$$

$$h' = h - 2 \cdot r_c = 500 - 2 \cdot 20 = 460 \text{ mm}$$

$$k_H = 1 - \frac{b'^2 + h'^2}{3 \cdot A_g} = 1 - \frac{280^2 + 460^2}{3 \cdot 320 \cdot 500} = 0.40$$

$$k_{eff} = k_H \cdot k_V \cdot k_\alpha = 0.40 \cdot 1 \cdot 1 = 0.40$$

$$\varepsilon_{fd,rid} = \min\left\{\eta_a \cdot \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f}\,; 0.6 \cdot \varepsilon_{fk}\right\} = \min\left\{0.95 \cdot \frac{0.019}{1.1}\,; 0.6 \cdot 0.019\right\} = 0.012$$

$$f_l = \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_{fd,rid} = \frac{1}{2} \cdot 0.0017 \cdot 252000 \cdot 0.012 = 2.47 \text{ MPa}$$

$$f_{l,eff} = k_{eff} \cdot f_l = 0.40 \cdot 2.47 = 0.98 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{ccu} = 0.0035 + 0.015 \cdot \sqrt{\frac{f_{l,eff}}{f_{cd}}} = 0.0035 + 0.015 \cdot \sqrt{\frac{0.98}{20.0}} = 6.81 \text{ ‰}$$

A csökkentett tervezési alakváltozást is számolni kell, hogy megkapjuk a keresztmetszet szilárdságának növekményét:

$$\varepsilon_{fd,rid} = min\left\{\eta_a \cdot \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f}; 4 \text{ ‰}\right\} \varepsilon_{fd,rid} = min\left\{0.95 \cdot \frac{0.019}{1.1}; 4 \text{ ‰}\right\} = 0.004$$

$$f_l = \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_{fd,rid} = \frac{1}{2} \cdot 0.0017 \cdot 252000 \cdot 0.004 = 0.85 \text{ MPa}$$

$$f_{l,eff} = k_{eff} \cdot f_l = 0.40 \cdot 0.85 = 0.33 \text{ MPa}$$

A köpenyezett beton tervezési szilárdságát, f_{ccd}, az alábbiak szerint kell számítani:

$$\frac{f_{ccd}}{f_{cd}} = 1 + 2.6 \cdot \left(\frac{f_{l,eff}}{f_{cd}}\right)^{2/3}$$

$$f_{ccd} = f_{cd}\left(1 + 2.6 \cdot \left(\frac{0.33}{20.0}\right)^{\frac{2}{3}}\right) = 23.41 \text{ MPa}$$

A tengelyirányú teherbírást az alábbiak szerint kell számolni:

$$N_{Rcc,d} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot A_c \cdot f_{ccd} + A_s \cdot f_{yd} \quad \text{ahol } \gamma_{Rd} = 1.10$$ *(3-1 táblázat 3.4.2 fejezet)*

A tengelyirányú teherbírás két értéke a következőképpen számítható:

$$N_{Rc,d} = A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} = 3954\ kN$$

$$N_{Rcc,d} = \frac{1}{1.10} \cdot A_c \cdot f_{ccd} + A_s \cdot f_{yd} = 4158\ kN$$

A példában szereplő keresztmetszet esetén (32 x 50 cm), az ε_{ccu} értékei a beton nyomószilárdsága és az alkalmazott rétegszám függvényében az alábbi táblázatban találhatók:

km. (32 x 50) cm	**ε_{ccu} [‰]**			
f_{cd}	**1 réteg**	**2 réteg**	**3 réteg**	**4 réteg**
10.00	8.19	10.13	11.63	12.88
12.50	7.70	9.43	10.77	11.89
15.00	7.33	8.92	10.13	11.16
17.50	7.05	8.52	9.64	10.59
20.00	6.82	8.19	9.25	10.13
22.50	6.63	7.92	8.92	9.76
25.00	6.47	7.70	8.64	9.43

ε_{ccu} értékei a beton nyomószilárdsága és az alkalmazott rétegszám függvényében

1.2 Számítási példa egy téglalap keresztmetszet szakaszos köpenyezésére MAPEWRAP C UNI-AX 300 termékkel

A vb. keresztmetszet méretei és az anyagjellemzők ugyanazok, mint az előző példában és a szakaszos megerősítés egyirányú szénszálas szövettel történik, amelynek típusa MAPEWRAP C UNI-AX 300, és amelynek jellemzői a következők:

Keresztmetszeti jellemzők:

- Elem magassága: H = 500 mm
- Elem szélessége: B = 320 mm
- Teljes keresztmetszeti terület: A_g = 160000 mm^2
- Hosszvasalás területe: A_{st} = 8Φ20 = 2512 mm^2
- Betontakarás: d = 30 mm
- Sarok sugara: r_c= 20 mm

Anyagjellemzők:

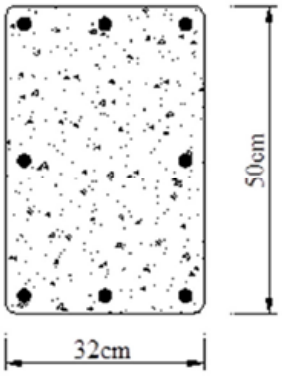
Beton:

$f_{cm} =$ 20 MPa

Betonacél:

$f_{ym} =$ 300 MPa

E_s =210000 MPa

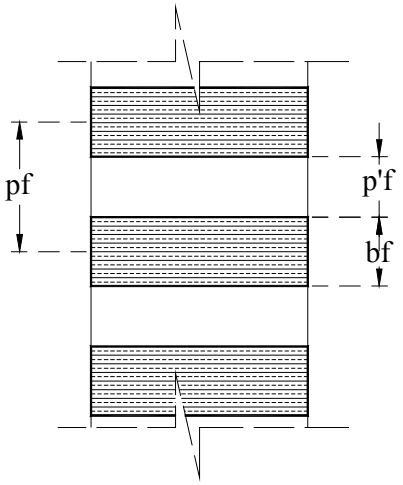


2. ábra – Keresztmetszet 32 x 50 cm

Az oszlop, aminek a megbízhatósági tényezőjét (a szerkezet tulajdonságainak ismeretétől függő tényező – olasz szabvány) 1.0-nek feltételezzük, szakaszos, egyirányú szénszál szövettel van megerősítve, amelynek típusa MAPEWRAP C UNI-AX 300, és amelynek jellemzői:

FRP jellemzők	
Vastagság rétegenként t_f	**0.164 mm**
Szakítószilárdság $f_{f,uk}$	**4900 MPa**
Szakadási nyúlás ε_{fk}	**0,0190 mm/mm**
Rugalmassági modulus E_f	**252000 MPa**

- Rétegek száma: n_f: 1
- FRP megerősítő sávok szélessége: b_f: 200 mm
- Tengelytávolság a sávok között: p_f: 300 mm
- Távolság a sávok szélei között: p'_f: 100 mm



3. ábra – Szakaszos megerősítés

$$\rho_f = \frac{2 \cdot t_f \cdot (b+h) \cdot b_f}{b \cdot h \cdot p_f} = \frac{2 \cdot 0.164 \cdot (320+500) \cdot 200}{320 \cdot 500 \cdot 300} = 0.00112$$

$$b' = b - 2 \cdot r_c = 320 - 2 \cdot 20 = 280 \text{ mm}$$

$$h' = h - 2 \cdot r_c = 500 - 2 \cdot 20 = 460 \text{ mm}$$

$$k_H = 1 - \frac{b'^2 + h'^2}{3 \cdot A_g} = 1 - \frac{280^2 + 460^2}{3 \cdot 320 \cdot 500} = 0.40$$

$$k_V = \left(1 - \frac{p'_f}{2 \cdot d_{min}}\right)^2 = \left(1 - \frac{100}{2 \cdot 320}\right)^2 = 0.71$$

$$k_{eff} = k_H \cdot k_V \cdot k_\alpha = 0.40 \cdot 0.71 \cdot 1 = 0.28$$

$$\varepsilon_{fd,rid} = \min\left\{\eta_a \cdot \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f}\ ; 0.6 \cdot \varepsilon_{fk}\right\} = \min\left\{0.95 \cdot \frac{0.019}{1.1}\ ; 0.6 \cdot 0.019\right\} = 0.012$$

$$f_l = \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_{fd,rid} = \frac{1}{2} \cdot 0.00112 \cdot 252000 \cdot 0.012 = 1.68 \text{ MPa}$$

$$f_{l,eff} = k_{eff} \cdot f_l = 0.28 \cdot 1.68 = 0.46 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{ccu} = 0.0035 + 0.015 \cdot \sqrt{\frac{f_{l,eff}}{f_{cd}}} = 0.0035 + 0.015 \cdot \sqrt{\frac{0.46}{20.0}} = 5.79 \text{ ‰}$$

A csökkentett tervezési alakváltozást is számolni kell, hogy megkapjuk a keresztmetszet szilárdságának növekményét:

$$\varepsilon_{fd,rid} = min\left\{\eta_a \cdot \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f}; 4 \text{ ‰}\right\} \varepsilon_{fd,rid} = min\left\{0.95 \cdot \frac{0.019}{1.1}; 4 \text{ ‰}\right\} = 0.004$$

$$f_l = \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_{fd,rid} = \frac{1}{2} \cdot 0.00112 \cdot 252000 \cdot 0.004 = 0.56 \text{ MPa}$$

$$f_{l,eff} = k_{eff} \cdot f_l = 0.28 \cdot 0.56 = 0.16 \text{ MPa}$$

A köpenyezett beton tervezési szilárdságát, f_{ccd}, az alábbiak szerint kell számítani:

$$\frac{f_{ccd}}{f_{cd}} = 1 + 2.6 \cdot \left(\frac{f_{l,eff}}{f_{cd}}\right)^{2/3}$$

$$f_{ccd} = f_{cd}\left(1 + 2.6 \cdot \left(\frac{0.16}{20.0}\right)^{\frac{2}{3}}\right) = 22.07 \text{ MPa}$$

A tengelyirányú teherbírást az alábbiak szerint kell számolni:

$$N_{Rcc,d} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot A_c \cdot f_{ccd} + A_s \cdot f_{yd} \quad \text{ahol} \quad \gamma_{Rd} = 1.10$$ *(3-1 táblázat 3.4.2 fejezet)*

A tengelyirányú teherbírás két értéke a következőképpen számítható:

$$N_{Rc,d} = A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} = 3954\ kN$$

$$N_{Rcc,d} = \frac{1}{1.10} \cdot A_c \cdot f_{ccd} + A_s \cdot f_{yd} = 3964\ kN$$

A példában szereplő keresztmetszet esetén (32 x 50 cm), az ε_{ccu} értékei a szakaszos megerősítéshez használt anyag és az alkalmazott rétegszám függvényében az alábbi táblázatban találhatók:

	1 réteg		**2 réteg**		**3 réteg**	
Anyag	**ε_{ccu} [‰]**	**f_{ccd} [MPa]**	**ε_{ccu} [‰]**	**f_{ccd} [MPa]**	**ε_{ccu} [‰]**	**f_{ccd} [MPa]**
MapeWrap B UNI-AX 400	5.62	20.95	6.50	21.50	7.17	21.97
MapeWrap B UNI-AX 600	6.10	21.24	7.18	21.97	8.0	22.58
MapeWrap C UNI-AX 300	5.79	22.07	6.73	23.29	7.46	24.31
MapeWrap C UNI-AX 600	6.75	23.31	8.09	25.25	9.12	26.89
MapeWrap C UNI-AX HM 300	5.67	22.77	6.57	24.40	7.26	25.77
MapeWrap C UNI-AX HM 600	6.57	24.41	7.84	27.00	8.82	29.18
MapeWrap G UNI-AX 300	4.90	20.77	5.48	21.23	5.93	21.61
MapeWrap G UNI-AX 900	5.93	21.60	6.93	22.56	7.70	23.35

Az ε_{ccu} és az f_{ccd} értékeinek összefoglaló táblázata a szakaszos megerősítéshez használt anyag és az alkalmazott rétegszám függvényében.

1.3 Számítási példa egy kör keresztmetszet szakaszos köpenyezésére MAPEWRAP C UNI-AX 300 termékkel

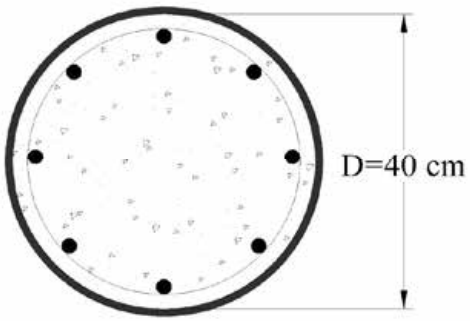
Vegyünk egy 40 cm átmérőjű oszlopot 8 Φ 20 acélbetéttel. Az anyagjellemzőket a helyszíni vizsgálatok alapján állapítjuk meg (OPCM 3431, Cap 11), ezek a következők: f_{cm} = 24 MPa és f_{ym} = 360 MPa. A megbízhatósági tényezőt 1.2-nek (LC 2) vesszük, így az anyagok tervezési szilárdság értékei

$$f_d = \frac{f_m}{F.C.}$$

$$f_{cd} = \frac{24}{1.2} = 20MPa \qquad f_{yd} = \frac{360}{1.2} = 300MPa$$

Keresztmetszeti jellemzők:

- Átmérő: D = 400 mm
- Teljes keresztmetszeti terület: A_g = 125600 mm^2
- Hosszvasalás területe: A_{st} = 8Φ20 = 2512 mm^2
- Betontakarás: d = 30 mm

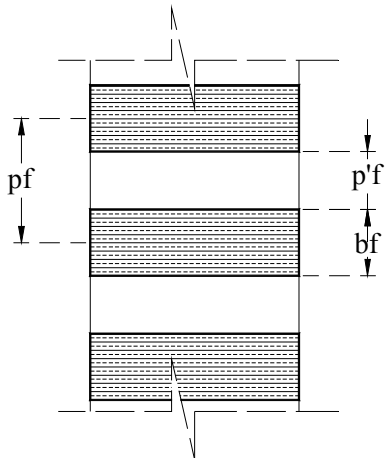


4. ábra – Kör keresztmetszet

Szakaszos, egyirányú szénszál szövettel történő megerősítést alkalmazunk, a szövet típusa MAPEWRAP C UNI-AX 300, amelynek jellemzői:

FRP jellemzők	
Vastagság rétegenként t_f	**0.164 mm**
Szakítószilárdság $f_{f,uk}$	**4900 MPa**
Szakadási nyúlás ε_{fk}	**0,0190 mm/mm**
Rugalmassági modulus E_f	**252000 MPa**

- Rétegek száma: n_f: 1
- FRP megerősítő sávok szélessége: b_f: 200 mm
- Tengelytávolság a sávok között: p_f: 300 mm
- Távolság a sávok szélei között: p'_f: 100 mm



5. ábra - Szakaszos megerősítés

Ebben az esetben a képletek:

$$\rho_f = \frac{4 \cdot t_f \cdot b_f}{D \cdot p_f} = \frac{4 \cdot 0.164 \cdot 200}{400 \cdot 300} = 0.00109$$

$$k_H = k_\alpha = 1$$

$$k_V = \left(1 - \frac{p'_f}{2 \cdot d_{min}}\right)^2 = \left(1 - \frac{100}{2 \cdot 400}\right)^2 = 0.77$$

$$k_{eff} = k_H \cdot k_V \cdot k_\alpha = 1 \cdot 0.77 \cdot 1 = 0.77$$

$$\varepsilon_{fd,rid} = \min\left\{\eta_a \cdot \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f}\ ; 0.6 \cdot \varepsilon_{fk}\right\} = \min\left\{0.95 \cdot \frac{0.019}{1.1}\ ; 0.6 \cdot 0.019\right\} = 0.012$$

$$f_l = \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_{fd,rid} = \frac{1}{2} \cdot 0.00109 \cdot 252000 \cdot 0.012 = 1.61 \text{ MPa}$$

$$f_{l,eff} = k_{eff} \cdot f_l = 0.77 \cdot 1.61 = 1.23 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{ccu} = 0.0035 + 0.015 \cdot \sqrt{\frac{f_{l,eff}}{f_{cd}}} = 0.0035 + 0.015 \cdot \sqrt{\frac{1.23}{20.0}} = 7.22 \text{ ‰}$$

A csökkentett tervezési alakváltozást is számolni kell, hogy megkapjuk a keresztmetszet szilárdságának növekményét:

$$\varepsilon_{fd,rid} = min\left\{\eta_a \cdot \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f}; 4 \text{ ‰}\right\} \varepsilon_{fd,rid} = min\left\{0.95 \cdot \frac{0.019}{1.1}; 4 \text{ ‰}\right\} = 0.004$$

$$f_l = \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_{fd,rid} = \frac{1}{2} \cdot 0.00109 \cdot 252000 \cdot 0.004 = 0.55 \text{ MPa}$$

$$f_{l,eff} = k_{eff} \cdot f_l = 0.77 \cdot 0.55 = 0.42 \text{ MPa}$$

A köpenyezett beton tervezési szilárdságát, f_{ccd}, az alábbiak szerint kell számítani:

$$\frac{f_{ccd}}{f_{cd}} = 1 + 2.6 \cdot \left(\frac{f_{l,eff}}{f_{cd}}\right)^{2/3}$$

$$f_{ccd} = f_{cd}\left(1 + 2.6 \cdot \left(\frac{0.42}{20.0}\right)^{\frac{2}{3}}\right) = 23.97 \text{ MPa}$$

A tengelyirányú teherbírást az alábbiak szerint kell számolni:

$$N_{Rcc,d} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot A_c \cdot f_{ccd} + A_s \cdot f_{yd} \quad \text{ahol} \quad \gamma_{Rd} = 1.10$$ *(3-1 táblázat 3.4.2 fejezet)*

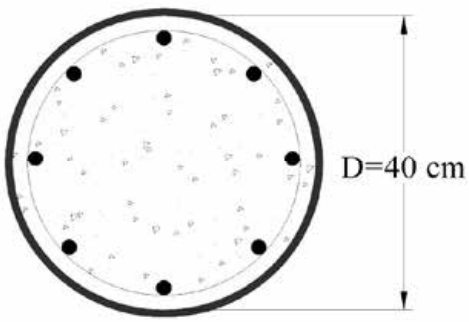
A tengelyirányú teherbírás két értéke a következőképpen számítható:

$$N_{Rc,d} = A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} = 3265\ kN$$

$$N_{Rcc,d} = \frac{1}{1.10} \cdot A_c \cdot f_{ccd} + A_s \cdot f_{yd} = 3490\ kN$$

1.4 Számítási példa egy kör keresztmetszet folytonos köpenyezésére MAPEWRAPC UNI-AX 300 termékkel

Vegyünk egy vb. kör keresztmetszetet az előző példában szereplő méretekkel és anyagokkal, amely egyirányú szénszálas szövettel van folytonosan megerősítve MAPEWRAP C UNI-AX 300 termékkel.



6. ábra – Kör keresztmetszet

Ebben az esetben a képletek:

$$\rho_f = \frac{4 \cdot t_f}{D} = \frac{4 \cdot 0.164}{400} = 0.00164$$

$$k_{eff} = k_H \cdot k_V \cdot k_\alpha = 1$$

$$f_l = \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_{fd,rid} = \frac{1}{2} \cdot 0.00164 \cdot 252000 \cdot 0.012 = 2.41 \text{ MPa}$$

$$f_{l,eff} = k_{eff} \cdot f_l = 1 \cdot 2.41 = 2.41 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{ccu} = 0.0035 + 0.015 \cdot \sqrt{\frac{f_{l,eff}}{f_{cd}}} = 0.0035 + 0.015 \cdot \sqrt{\frac{2.41}{20.0}} = 8.71 \text{ ‰}$$

A csökkentett tervezési alakváltozást is számolni kell, hogy megkapjuk a keresztmetszet szilárdságának növekményét:

$$\varepsilon_{fd,rid} = min\left\{\eta_a \cdot \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f}; 4 \text{ ‰}\right\} \varepsilon_{fd,rid} = min\left\{0.95 \cdot \frac{0.019}{1.1}; 4 \text{ ‰}\right\} = 0.004$$

$$f_l = \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_{fd,rid} = \frac{1}{2} \cdot 0.00164 \cdot 252000 \cdot 0.004 = 0.83 \text{ MPa}$$

$$f_{l,eff} = k_{eff} \cdot f_l = 1 \cdot 0.83 = 0.83 \text{ MPa}$$

A köpenyezett beton tervezési szilárdságát, f_{ccd}, az alábbiak szerint kell számítani:

$$\frac{f_{ccd}}{f_{cd}} = 1 + 2.6 \cdot \left(\frac{f_{l,eff}}{f_{cd}}\right)^{2/3}$$

$$f_{ccd} = f_{cd}\left(1 + 2.6 \cdot \left(\frac{0.83}{20.0}\right)^{\frac{2}{3}}\right) = 26.22 \text{ MPa}$$

A tengelyirányú teherbírást az alábbiak szerint kell számolni:

$$N_{Rcc,d} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot A_c \cdot f_{ccd} + A_s \cdot f_{yd} \quad \text{ahol } \gamma_{Rd} = 1.10$$ *(3-1 táblázat, 3.4.2 fejezet)*

A tengelyirányú teherbírás két értéke a következőképpen számítható:

$$N_{Rc,d} = A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} = 3265\ kN$$

$$N_{Rcc,d} = \frac{1}{1.10} \cdot A_c \cdot f_{ccd} + A_s \cdot f_{yd} = 3747\ kN$$

1.5 Számítási példa egy téglalap keresztmetszet folytonos köpenyezésére MAPEWRAP B UNI-AX 400 termékkel

Keresztmetszeti jellemzők:

- Elem magassága: H = 500 mm
- Elem szélessége: B = 320 mm
- Teljes keresztmetszeti terület: A_g = 160000 mm^2
- Hosszvasalás területe: A_{st} = 8Φ20 = 2512 mm^2
- Betontakarás: d = 30 mm
- Sarok sugara: r_c= 20 mm

Anyagjellemzők:

Beton:

$f_{cm} =$ 20 MPa

Betonacél:

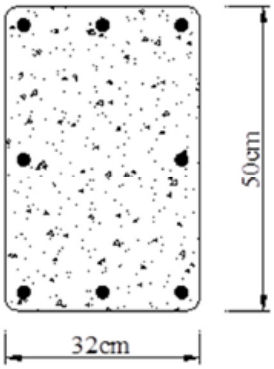
$f_{ym} =$ 300 MPa

E_s =210000 MPa

Az oszlop, aminek a megbízhatósági tényezőjét (a szerkezet tulajdonságainak ismeretétől függő tényező – olasz szabvány) 1.0-nek feltételezzük, felül és alul burkolva, egyirányú bazaltszál szövettel van megerősítve, amelynek típusa MAPEWRAP B UNI-AX 400, és amelynek jellemzői:

FRP jellemzők	
Vastagság rétegenként t_f	**0.143 mm**
Szakítószilárdság $f_{f,uk}$	**4840 MPa**
Szakadási nyúlás ε_{fk}	**0,054 mm/mm**
Rugalmassági modulus E_f	**89000 MPa**

- Rétegek száma: n_f: 1
- FRP megerősítő sávok szélessége: b_f: 400 mm



7. ábra - 32 x 50 cm keresztmetszet

Feltételezzük, hogy az FRP parciális tényezője γ_f=1 (3.4.1 fejezet) és beltéri kitettségi körülmények vannak (3.5.1 fejezet, 3-2 táblázat), illetve bazaltszálat és epoxi gyantát alkalmazunk, így a környezeti konverziós tényező: η_a = 0.75.

A hatékony köpenyezési feszültség az alábbi kifejezéssel számítható:

$$f_{l,eff} = k_{eff} \cdot f_l$$

A köpenyezési feszültség az alábbi kifejezéssel határozható meg:

$$f_l = \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_{fd,rid}$$

ahol:

ρ_f = a megerősítés geometriai aránya

E_f = az FRP rugalmassági modulusa

$\varepsilon_{fd,rid} = \min\left\{\eta_a \cdot \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f}\ ; 0.6 \cdot \varepsilon_{fk}\right\}$ = csökkentett tervezési alakváltozás

<u>Ha keresztmetszetre kis külpontosságú normálerő hat, a csökkentett tervezési alakváltozást a következőképpen számíthatjuk:</u>

$\varepsilon_{fd,rid} = min\left\{\frac{\eta_a \cdot \varepsilon_{fk}}{\gamma_f}; 0{,}004\right\}$ *4.5.2.1 fejezet*

A k_{eff} hatékonysági tényezőt az alábbiakból kapjuk:

$$k_{eff} = k_H \cdot k_V \cdot k_\alpha$$

$k_V = 1$ folytonos köpenyezés esetén

$k_\alpha = 1$; ez a tényező akkor nem egyenlő 1-el, ha spirálisan elhelyezett FRP szövetet alkalmazunk

$$k_{eff} = k_H = 1 - \frac{b'^2 + h'^2}{3 \cdot A_g}$$

ahol *b'* és *h'* a keresztmetszet méretei a lekerekítések nélkül és A_g a keresztmetszeti terület.

A megerősítés geometriai arányát a következőképen számítjuk:

$$\rho_f = \frac{2 \cdot t_f \cdot (b + h)}{b \cdot h} [b \text{ és } h \text{ a keresztmetszet méretei}]$$

$$\rho_f = \frac{2 \cdot t_f \cdot (b + h)}{b \cdot h} = \frac{2 \cdot 0.143 \cdot (320 + 500)}{320 \cdot 500} = 0.00147$$

$$b' = b - 2 \cdot r_c = 320 - 2 \cdot 20 = 280 \text{ mm}$$

$$h' = h - 2 \cdot r_c = 500 - 2 \cdot 20 = 460 \text{ mm}$$

$$k_{eff} = k_H = 1 - \frac{b'^2 + h'^2}{3 \cdot A_g} = 1 - \frac{280^2 + 460^2}{3 \cdot 320 \cdot 500} = 0.40$$

$$\varepsilon_{fd,rid} = \min\left\{\eta_a \cdot \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f} ; 0.6 \cdot \varepsilon_{fk}\right\} = \min\left\{0.75 \cdot \frac{0.054}{1.1} ; 0.6 \cdot 0.054\right\} = 0.033$$

$$f_l = \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_{fd,rid} = \frac{1}{2} \cdot 0.00147 \cdot 89000 \cdot 0.033 = 2.13 \text{ MPa}$$

$$f_{l,eff} = k_{eff} \cdot f_l = 0.40 \cdot 2.13 = 0.84 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{ccu} = 0.0035 + 0.015 \cdot \sqrt{\frac{f_{l,eff}}{f_{cd}}} = 0.0035 + 0.015 \cdot \sqrt{\frac{0.84}{20.0}} = 6.58 \text{ ‰}$$

A csökkentett tervezési alakváltozást is számolni kell, hogy megkapjuk a keresztmetszet szilárdságának növekményét:

$$\varepsilon_{fd,rid} = min\left\{\eta_a \cdot \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f}; 4\ ‰\right\} = min\left\{0.75 \cdot \frac{0.054}{1.1}; 4\ ‰\right\} = 0.004$$

$$f_l = \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_{fd,rid} = \frac{1}{2} \cdot 0.00147 \cdot 89000 \cdot 0.004 = 0.26\ \text{MPa}$$

$$f_{l,eff} = k_{eff} \cdot f_l = 0.40 \cdot 0.26 = 0.103\ \text{MPa}$$

A köpenyezett beton tervezési szilárdságát, f_{ccd}, az alábbiak szerint kell számítani:

$$\frac{f_{ccd}}{f_{cd}} = 1 + 2.6 \cdot \left(\frac{f_{l,eff}}{f_{cd}}\right)^{2/3}$$

$$f_{ccd} = f_{cd}\left(1 + 2.6 \cdot \left(\frac{0.103}{20.0}\right)^{\frac{2}{3}}\right) = 21.55\ \text{MPa}$$

1.6 Számítási példa egy téglalap keresztmetszet folytonos köpenyezésére MAPEWRAP G UNI-AX 900 termékkel

Keresztmetszeti jellemzők:

- Elem magassága: H = 500 mm
- Elem szélessége: B = 320 mm
- Teljes keresztmetszeti terület: A_g = 160000 mm^2
- Hosszvasalás területe: A_{st} = 8Φ20 = 2512 mm^2
- Betontakarás: d = 30 mm
- Sarok sugara: r_c= 20 mm

Anyagjellemzők:

Beton:

$f_{cm} =$ 20 MPa

Betonacél:

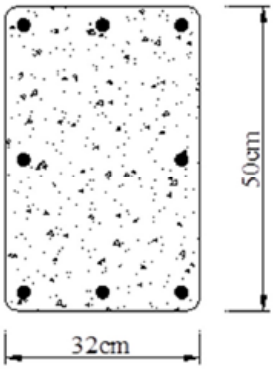
$f_{ym} =$ 300 MPa

E_s =210000 MPa

Az oszlop, aminek a megbízhatósági tényezőjét (a szerkezet tulajdonságainak ismeretétől függő tényező – olasz szabvány) 1.0-nek feltételezzük, felül és alul egy réteg egyirányú üvegszál szövettel van megerősítve, amelynek típusa MAPEWRAP G UNI-AX 900, és amelynek jellemzői:

FRP jellemzők	
Vastagság rétegenként t_f	**0.354mm**
Szakítószilárdság $f_{f,uk}$	**2560 MPa**
Szakadási nyúlás ε_{fk}	**0,032 mm/mm**
Rugalmassági modulus E_f	**80000 MPa**

- Rétegek száma: n_f: 1
- FRP megerősítő sávok szélessége: b_f: 300 mm



8. ábra - Keresztmetszet 32 x 50 cm

Feltételezzük, hogy az FRP parciális tényezője γ_f=1 (3.4.1 fejezet) és beltéri kitettségi körülmények vannak (3.5.1 fejezet, 3-2 táblázat), illetve üvegszálat és epoxi gyantát alkalmazunk, így a környezeti konverziós tényező: η_a = 0.75.

A hatékony köpenyezési feszültség az alábbi kifejezéssel számítható:

$$f_{l,eff} = k_{eff} \cdot f_l$$

A köpenyezési feszültség az alábbi kifejezéssel határozható meg:

$$f_l = \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_{fd,rid}$$

ahol:

ρ_f = a megerősítés geometriai aránya

E_f = az FRP rugalmassági modulusa

$\varepsilon_{fd,rid} = \min\left\{\eta_a \cdot \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f}\ ; 0.6 \cdot \varepsilon_{fk}\right\} =$ csökkentett tervezési alakváltozás

<u>Ha a keresztmetszetre kis külpontosságú normálerő hat, a csökkentett tervezési alakváltozást a következőképpen számíthatjuk:</u>

$\varepsilon_{fd,rid} = min\left\{\frac{\eta_a \cdot \varepsilon_{fk}}{\gamma_f}; 0{,}004\right\}$ *4.5.2.1 fejezet*

A k_{eff} hatékonysági tényezőt az alábbiakból kapjuk:

$$k_{eff} = k_H \cdot k_V \cdot k_\alpha$$

$k_V = 1$ folytonos köpenyezés esetén

$k_\alpha = 1$; ez a tényező akkor nem egyenlő 1-el, ha spirálisan elhelyezett FRP szövetet alkalmazunk

$$k_{eff} = k_H = 1 - \frac{b'^2 + h'^2}{3 \cdot A_g}$$

ahol *b'* és *h'* a keresztmetszet méretei a lekerekítések nélkül és A_g a keresztmetszeti terület.

A megerősítés geometriai arányát a következőképen számítjuk:

$$\rho_f = \frac{2 \cdot t_f \cdot (b + h)}{b \cdot h} \quad [\, b \text{ és } h \text{ a keresztmetszet méretei} \,]$$

$$\rho_f = \frac{2 \cdot t_f \cdot (b + h)}{b \cdot h} = \frac{2 \cdot 0.354 \cdot (320 + 500)}{320 \cdot 500} = 0.00363$$

$$b' = b - 2 \cdot r_c = 320 - 2 \cdot 20 = 280 \text{ mm}$$

$$h' = h - 2 \cdot r_c = 500 - 2 \cdot 20 = 460 \text{ mm}$$

$$k_{eff} = k_H = 1 - \frac{b'^2 + h'^2}{3 \cdot A_g} = 1 - \frac{280^2 + 460^2}{3 \cdot 320 \cdot 500} = 0.40$$

$$\varepsilon_{fd,rid} = \min\left\{\eta_a \cdot \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f}\,;\, 0.6 \cdot \varepsilon_{fk}\right\} = \min\left\{0.75 \cdot \frac{0.032}{1.1}\,;\, 0.6 \cdot 0.032\right\} = 0.019$$

$$f_l = \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_{fd,rid} = \frac{1}{2} \cdot 0.00363 \cdot 80000 \cdot 0.019 = 2.79 \text{ MPa}$$

$$f_{l,eff} = k_{eff} \cdot f_l = 0.40 \cdot 2.79 = 1.103 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{ccu} = 0.0035 + 0.015 \cdot \sqrt{\frac{f_{l,eff}}{f_{cd}}} = 0.0035 + 0.015 \cdot \sqrt{\frac{1.103}{20.0}} = 7.02 \text{ ‰}$$

A csökkentett tervezési alakváltozást is számolni kell, hogy megkapjuk a keresztmetszet szilárdságának növekményét:

$$\varepsilon_{fd,rid} = min\left\{\eta_a \cdot \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f}; 4\ ‰\right\} = min\left\{0.75 \cdot \frac{0.032}{1.1}; 4\ ‰\right\} = 0.004$$

$$f_l = \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_{fd,rid} = \frac{1}{2} \cdot 0.00363 \cdot 80000 \cdot 0.004 = 0.58\ \text{MPa}$$

$$f_{l,eff} = k_{eff} \cdot f_l = 0.40 \cdot 0.58 = 0.23\ \text{MPa}$$

A köpenyezett beton tervezési szilárdságát, f_{ccd}, az alábbiak szerint kell számítani:

$$\frac{f_{ccd}}{f_{cd}} = 1 + 2.6 \cdot \left(\frac{f_{l,eff}}{f_{cd}}\right)^{2/3}$$

$$f_{ccd} = f_{cd}\left(1 + 2.6 \cdot \left(\frac{0.23}{20.0}\right)^{\frac{2}{3}}\right) = 22.65\ \text{MPa}$$

A tengelyirányú teherbírást az alábbiak szerint kell számolni:

$$N_{Rcc,d} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot A_c \cdot f_{ccd} + A_s \cdot f_{yd} \quad \text{ahol } \gamma_{Rd} = 1.10$$ *(3-1 táblázat, 3.4.2 fejezet)*

A tengelyirányú teherbírás két értéke a következőképpen számítható:

$$N_{Rc,d} = A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} = 3954\ kN$$

$$N_{Rcc,d} = \frac{1}{1.10} \cdot A_c \cdot f_{ccd} + A_s \cdot f_{yd} = 4047\ kN$$

A vb. keresztmetszet esetén (32 x 50 cm), az ε_{ccu} és az f_{ccd} értékei a megerősítő anyagok és az alkalmazott rétegszám függvényében az alábbi táblázatban találhatók:

	1 réteg		**2 réteg**		**3 réteg**	
Anyag	**ε_{ccu} [‰]**	**f_{ccd} [MPa]**	**ε_{ccu} [‰]**	**f_{ccd} [MPa]**	**ε_{ccu} [‰]**	**f_{ccd} [MPa]**
MapeWrap B UNI-AX 400	6.58	21.55	7.85	22.47	8.83	23.23
MapeWrap B UNI-AX 600	7.27	22.04	8.84	23.24	10.04	24.24
MapeWrap C UNI-AX 300	6.82	23.41	8.19	25.41	9.25	27.09
MapeWrap C UNI-AX 600	8.21	25.44	10.16	28.64	11.66	31.32
MapeWrap C UNI-AX HM 300	6.65	24.56	7.95	27.24	8.95	29.48
MapeWrap C UNI-AX HM 600	7.96	27.25	9.80	31.51	11.22	35.08
MapeWrap G UNI-AX 300	5.53	21.27	6.38	22.02	7.02	22.65
MapeWrap G UNI-AX 900	7.02	22.65	8.48	24.20	9.60	25.51

Az ε_{ccu} és az f_{ccd} értékeinek összefoglaló táblázata a megerősítő anyagok és az alkalmazott rétegszám függvényében.

2 NYÍRÁSI MEGERŐSÍTÉS

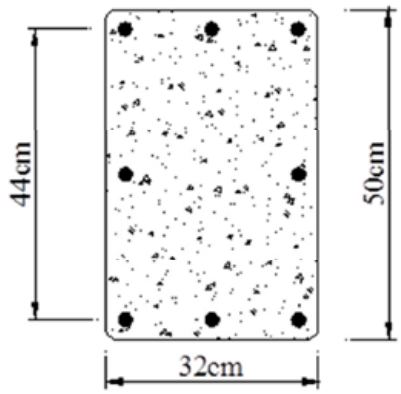
2.1 Számítási példa egy téglalap keresztmetszet folytonos nyírási megerősítésére MAPEWRAP C UNI-AX 300 termékkel

Vegyünk példaként egy 32 x 50 cm méretű vasbeton keresztmetszetet, ami a lenti ábrán látható. Az anyag szilárdságok átlagos értékeit helyszíni vizsgálatokból (OPCM 3431, Cap 11) vesszük, amik az alábbi értékek: f_{cm} = 24 MPa betonra és f_{ym} = 360 MPa az acélbetétekre. A megbízhatósági tényezőt 1.2-nek (LC2) tételezzük fel és az anyagok tervezési szilárdsági értékeiről feltételezzük, hogy: $f_d = \frac{f_m}{\gamma_m \cdot F.C.}$

$$f_{cd} = \frac{f_{cm}}{\gamma_m \cdot FC} = \frac{24}{1.5 \cdot 1.2} = 13.33 MPa \qquad f_{yd} = \frac{f_{ym}}{\gamma_m \cdot FC} = \frac{360}{1.15 \cdot 1.2} = 261 MPa$$

Keresztmetszeti jellemzők:

- Elem magassága: H = 500 mm
- Elem szélessége: B = 320 mm
- Teljes keresztmetszeti terület: A_g = 160000 mm^2
- Hosszvasalás területe: A_{st} = 8Φ20 = 2512 mm^2
- Betontakarás: d = 30 mm
- Sarok sugara: r_c= 20 mm



9. ábra - Keresztmetszet 32 x 50 cm

A nyírási megerősítés teljesen folytonos burkolással, beltéri kitettségi körülmények között, egyirányú szénszál szövettel van kialakítva, amelynek típusa MAPEWRAP C UNI-AX 300, és amelynek jellemzői:

FRP jellemzők	
Vastagság rétegenként t_f	**0.164 mm**
Szakítószilárdság $f_{f,uk}$	**4900 MPa**
Szakadási nyúlás ε_{fk}	**0.0190 mm/mm**
Rugalmassági modulus E_f	**252000 MPa**

– Rétegek száma: n_f:1

Ebben a példában, amely a teljes körbeburkolást tartalmazza, a képletek az alábbiak.

Az optimális lehorgonyzási hossz, l_e , a következőképpen határozható meg:

$$l_e = max\left\{\frac{1}{\gamma_{Rd}\cdot f_{bd}}\sqrt{\frac{\pi^2\cdot E_f\cdot t_f\cdot \Gamma_{Fd}}{2}}\ ;200\ mm\right\}$$

$f_{bd} = \frac{2\cdot\Gamma_{Fd}}{s_u}$ és s_u=0.25 mm az FRP és az aljzat közötti megcsúszás maximális értéke;

γ_{Rd}=1.25 parciális biztonsági tényező.

Az FRP-beton határfelületen lévő fajlagos törési energiát, Γ_{Fd} , a következőképpen lehet kifejezni:

$$\Gamma_{Fd} = \frac{k_b\cdot k_G}{FC}\cdot\sqrt{f_{cm}\cdot f_{ctm}}$$

ahol f_{ctm} a beton átlagos húzószilárdsága, ami a következőképpen számolható:

$$f_{ctm} = 0.3\cdot\sqrt[3]{f_{ck}^2} = 0.3\cdot\sqrt[3]{(f_{cm}-\ 8)^2} = 0.3\cdot\sqrt[3]{(24-\ 8)^2} = 1.90\ MPa$$

k_b a geometriai együttható, amely függ mind a gerenda szélességétől, b, mind az FRP rendszer szélességétől, b_f , és az alábbi módon fejezhető ki:

$$k_b = \sqrt{\frac{2 - \frac{b_f}{b}}{1 + \frac{b_f}{b}}} \geq 1$$

$$k_b = \sqrt{\frac{2-1}{1+1}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0.707 < 1 \Longrightarrow 1.0$$

k_G parciális tényező, amely száraz rendszerű beépítés esetén 0.023 mm, nedves rendszerű beépítés esetén pedig 0.037 mm;

$$\Gamma_{Fd} = \frac{1.0 \cdot 0.037}{1.20} \cdot \sqrt{24 \cdot 1.90} = 0.208\ MPa$$

$$f_{bd} = \frac{2 \cdot \Gamma_{Fd}}{s_u} = \frac{2 \cdot 0.208}{0.25} = 1.67\ MPa$$

$$l_e = max\left\{\frac{1}{1.25 \cdot 1.67}\sqrt{\frac{\pi^2 \cdot 252000 \cdot 0.164 \cdot 0.208}{2}}\ ;\ 200\ mm\right\}$$

$$l_e = max\{99.0\ , 200\ mm\} = 200\ mm$$

A téglalap keresztmetszetű, teljesen körbeburkolt elemek esetén az FRP hatékony tervezési szilárdsága az alábbi módon számítható:

$$f_{fed} = f_{fdd} \cdot \left[1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{l_e \cdot \sin\beta}{\min\{0.9 \cdot d, h_w\}}\right] + \frac{1}{2} \cdot \left(\phi_R \cdot f_{fd} - f_{fdd}\right) \cdot \left[1 - \frac{l_e \cdot \sin\beta}{\min\{0.9 \cdot d, h_w\}}\right]$$

ahol f_{fdd} jelenti a szakítószilárdság tervezési értékét:

$$f_{fdd} = \frac{1}{\gamma_{f,d}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot \Gamma_{Fd}}{t_f}}$$

$$f_{fdd} = \frac{1}{1.20} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 252000 \cdot 0.208}{0.164}} = 667\ MPa$$

$$\min\{0.9 \cdot d, h_w\} = \min\{0.9 \cdot 470; 500\} = 423\ mm$$

$$\phi_R = 0.2 + 1.6\frac{r_c}{b_w}, \qquad 0 \leq \frac{r_c}{b_w} \leq 0.5$$

$$\phi_R = 0.2 + 1.6\frac{20}{300} = 0.307, \qquad 0 < \frac{20}{300} = 0.066 < 0.5$$

f_{fd} az FRP tervezési szilárdsága, ami a következőképpen fejezhető ki:

$$f_{fd} = \eta_a \cdot \frac{f_{f,uk}}{\gamma_f}$$

$$f_{fd} = 0.95 \cdot \frac{4900}{1.10} = 4232\ MPa$$

$$f_{fed} = 667 \cdot \left[1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{200}{423}\right] + \frac{1}{2} \cdot (0.307 \cdot 4232 - 667) \cdot \left[1 - \frac{200}{423}\right] = 773\ MPa$$

Az FRP hozzájárulása a nyírási teherbíráshoz, $V_{Rd,f}$, az alábbi módon számítható:

$$V_{Rd,f} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot 0.9 \cdot d \cdot f_{fed} \cdot 2 \cdot t_f \cdot (\cot\theta + \cot\beta) \cdot \frac{w_f}{p_f}$$

$$V_{Rd,f} = \frac{1}{1.20} \cdot 0.9 \cdot 470 \cdot 773 \cdot 2 \cdot 0.164 \cdot (\cot 45° + \cot 90°) \cdot 1 = 89.4\ kN$$

Az alábbi táblázat az előző példa vb. keresztmetszetére (32 x 50 cm) vonatkozóan tartalmazza a $V_{Rd,f}$ értékeit, a teljes körbeburkoláshoz használt anyag típus és az alkalmazott rétegszám függvényében.

	1 réteg	**2 réteg**	**3 réteg**
Anyag	**$V_{Rd,f}$[kN]**	**$V_{Rd,f}$[kN]**	**$V_{Rd,f}$[kN]**
MapeWrap B UNI-AX 400	54.5	92.4	127.7
MapeWrap B UNI-AX 600	74.1	127.9	178.4
MapeWrap C UNI-AX 300	89.4	149.1	203.9
MapeWrap C UNI-AX 600	150.1	258.1	320.0
MapeWrap C UNI-AX HM 300	97.9	158.9	209.3
MapeWrap C UNI-AX HM 600	159.2	244.0	287.5
MapeWrap G UNI-AX 300	35.7	57.2	76.4
MapeWrap G UNI-AX 900	76.4	128.3	176.1

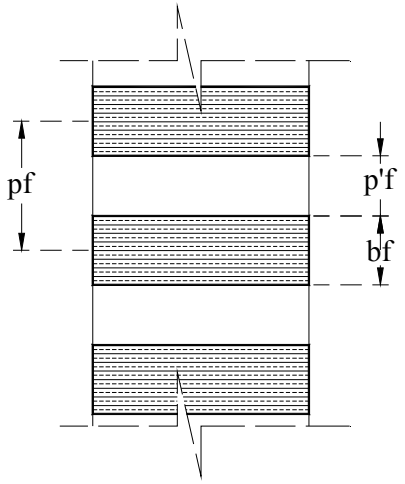
A $V_{Rd,f}$ értékeinek összefoglaló táblázata, a teljes körbeburkoláshoz használt anyag típus és az alkalmazott rétegszám függvényében.

2.2 Számítási példa egy téglalap keresztmetszet szakaszos nyírási megerősítésére MAPEWRAP C UNI-AX 300 termékkel

Vegyük az előző példában szereplő keresztmetszet megerősítését, amely egy réteg szénszálas, MAPEWRAP C UNI-AX 300 típusú szövetet tartalmaz szakaszos burkolással. Biztosítani kell azt, hogy a sávok szélessége, b_f, és a sávok közötti tengelytávolságok, p_f, melyet a szálirányra merőlegesen mérünk, nem haladhatják meg az alábbi értékeket:

$$50 \text{ mm} \leq b_f \leq 250 \text{ mm}$$

$$b_f \leq p_f \leq \min\{0.5 \cdot d,\ 3 \cdot b_f,\ b_f + 200 \text{ mm}\}$$



10. ábra – Szakaszos burkolás kialakítása

Legyen $b_f = 100$ mm:

$$100 \text{ mm} \leq p_f \leq \min\{0.5 \cdot 470,\ 3 \cdot 100, 100 + 200\}$$

$$100 \text{ mm} \leq p_f \leq \min\{235,\ 300,\ 300\}$$

$$p_f \leq 235 \text{ mm}$$

$$\mathbf{p_f = 200 \text{ mm}}$$

$$k_b = \sqrt{\frac{2 - \frac{b_f}{b}}{1 + \frac{b_f}{b}}} \geq 1 \qquad \text{feltéve, hogy} \qquad \frac{b_f}{b} \geq 0.25$$

Ahol $b = p_f$ a szakaszos burkolás esetén:

$$k_b = \sqrt{\frac{2 - \frac{b_f}{p_f}}{1 + \frac{b_f}{p_f}}} = \sqrt{\frac{2 - \frac{100}{200}}{1 + \frac{100}{200}}} = \sqrt{\frac{2 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}}} = \sqrt{\frac{1.5}{1.5}} = 1$$

$$\Gamma_{Fd} = \frac{k_b \cdot k_G}{FC} \cdot \sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctm}}$$

$$\Gamma_{Fd} = \frac{1.0 \cdot 0.037}{1.20} \cdot \sqrt{24 \cdot 1.90} = 0.208\ MPa$$

$$l_e = max\left\{\frac{1}{\gamma_{Rd} \cdot f_{bd}} \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E_f \cdot t_f \cdot \Gamma_{Fd}}{2}}\ ;\ 200\ mm\right\}$$

$$f_{bd} = \frac{2 \cdot \Gamma_{Fd}}{s_u} = \frac{2 \cdot 0.208}{0.25} = 1.67\ MPa$$

$$l_e = max\left\{\frac{1}{1.25 \cdot 1.67} \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot 252000 \cdot 0.164 \cdot 0.208}{2}}\ ;\ 200\ mm\right\}$$

$$l_e = max\{98.9\ , 200\ mm\} = 200\ mm$$

$$f_{fed} = f_{fdd} \cdot \left[1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{l_e \cdot \sin\beta}{\min\{0{,}9 \cdot d, h_w\}}\right] + \frac{1}{2} \cdot \left(\phi_R \cdot f_{fd} - f_{fdd}\right) \cdot \left[1 - \frac{l_e \cdot \sin\beta}{\min\{0{,}9 \cdot d, h_w\}}\right]$$

$$f_{fdd} = \frac{1}{\gamma_{f,d}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot \Gamma_{Fd}}{t_f}}$$

$$f_{fdd} = \frac{1}{1.20} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 252000 \cdot 0.208}{0.164}} = 667.0\ MPa$$

$$\min\{0.9 \cdot d, h_w\} = \min\{0.9 \cdot 470; 500\} = 423\ mm$$

$$\phi_R = 0.2 + 1.6\frac{r_c}{b_w}, \qquad 0 \leq \frac{r_c}{b_w} \leq 0.5$$

$$\phi_R = 0.2 + 1.6\frac{20}{300} = 0.307, \qquad 0 < \frac{20}{300} = 0.066 < 0.5$$

$$f_{fd} = 0.95 \cdot \frac{4900}{1.10} = 4232\ MPa$$

$$f_{fed} = 667 \cdot \left[1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{200}{423}\right] + \frac{1}{2} \cdot (0.307 \cdot 4232 - 667) \cdot \left[1 - \frac{200}{423}\right] = 773\ MPa$$

$$V_{Rd,f} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot 0.9 \cdot d \cdot f_{fed} \cdot 2 \cdot t_f \cdot (\cot\theta + \cot\beta) \cdot \frac{b_f}{p_f}$$

$$V_{Rd,f} = \frac{1}{1.20} \cdot 0.9 \cdot 470 \cdot 773 \cdot 2 \cdot 0.164 \cdot (\cot 45° + \cot 90°) \cdot \frac{100}{200} = 44.7\ kN$$

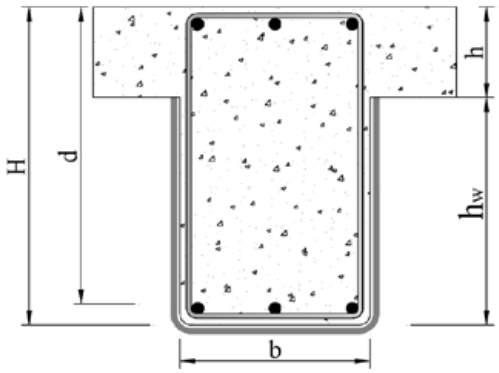
2.3 Számítási példa egy T keresztmetszetű gerenda U-alakban burkolt nyírási megerősítésére MAPEWRAP C UNI-AX 300 termékkel

Vegyünk példaként egy vasbeton T keresztmetszetet, ami a lenti ábrán látható. Az anyag szilárdságok átlagos értékeit helyszíni vizsgálatokból (OPCM 3431, Cap 11) vesszük, amik az alábbi értékek: f_{cm} = 24 MPa betonra és f_{ym} = 360 MPa az acélbetétekre. A megbízhatósági tényezőt 1.2-nek (LC2) tételezzük fel és az anyagok tervezési szilárdsági értékeiről feltételezzük, hogy $f_d = \frac{f_m}{\gamma_m \cdot F.C.}$.

$$f_{cd} = \frac{f_{cm}}{\gamma_m \cdot FC} = \frac{24}{1.5 \cdot 1.2} = 13.33 MPa \qquad f_{yd} = \frac{f_{ym}}{\gamma_m \cdot FC} = \frac{360}{1.15 \cdot 1.2} = 261 MPa$$

Keresztmetszeti jellemzők:

- Lemez szélesség: L = 1000 mm
- Gerinc szélesség: b = 300 mm
- Elem teljes magassága: H = 550 mm
- Lemez magassága: h = 250 mm
- Hatékony magasság: d=520 mm
- Betontakarás: d_1=d_2 = 30 mm
- Sarok sugara: r_c= 20 mm

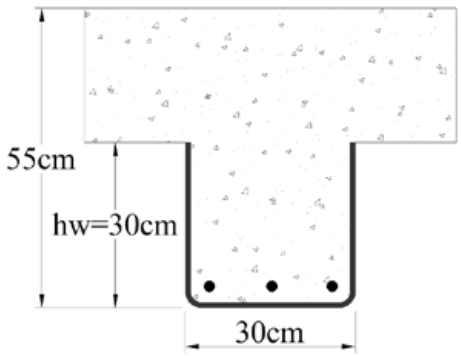


11. ábra – T gerenda keresztmetszet

Mivel teljes megerősítés nem lehetséges a lemez jelenléte miatt, a gerendát folytonos, U-alakban elhelyezett burkolással látjuk el, amely MAPEWRAP C UNI-AX 300 típusú, egyirányú szénszál szövetből készül, melynek jellemzői az alábbiak:

FRP jellemzők	
Vastagság rétegenként t_f	**0.164 mm**
Szakítószilárdság $f_{f,uk}$	**4900 MPa**
Szakadási nyúlás ε_{fk}	**0,0190 mm/mm**
Rugalmassági modulus E_f	**252000 MPa**

– Rétegek száma: n_f: 1



12. ábra – Gerenda keresztmetszet 30 x 55 cm – U-alakú burkolás

Az optimális lehorgonyzási hossz, l_e , a következőképpen határozható meg:

$$l_e = max\left\{\frac{1}{\gamma_{Rd}\cdot f_{bd}}\sqrt{\frac{\pi^2\cdot E_f\cdot t_f\cdot \Gamma_{Fd}}{2}}\ ;200\ mm\right\}$$

$f_{bd} = \frac{2\cdot\Gamma_{Fd}}{s_u}$ és s_u=0.25 mm az FRP és az aljzat közötti megcsúszás maximális értéke;

γ_{Rd}=1.25 parciális biztonsági tényező.

Az FRP-beton határfelületen lévő fajlagos törési energiát, Γ_{Fd} , a következőképpen lehet kifejezni:

$$\Gamma_{Fd} = \frac{k_b \cdot k_G}{FC} \cdot \sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctm}}$$

ahol f_{ctm} a beton átlagos húzószilárdsága, ami a következőképpen számolható:

$$f_{ctm} = 0.3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 0.3 \cdot \sqrt[3]{(f_{cm} - 8)^2} = 0.3 \cdot \sqrt[3]{(24 - 8)^2} = 1.90\ MPa$$

k_b a geometriai együttható, amely függ mind a gerenda szélességétől, b, mind az FRP rendszer szélességétől, b_f , és az alábbi módon fejezhető ki:

$$k_b = \sqrt{\frac{2 - \frac{b_f}{b}}{1 + \frac{b_f}{b}}} \geq 1$$

$$k_b = \sqrt{\frac{2 - 1}{1 + 1}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0.707 < 1 \Longrightarrow 1.0$$

k_G parciális tényező, amely száraz rendszerű beépítés esetén 0.023 mm, nedves rendszerű beépítés esetén pedig 0.037 mm;

$$\Gamma_{Fd} = \frac{1.0 \cdot 0.037}{1.20} \cdot \sqrt{24 \cdot 1.90} = 0.208\ MPa$$

$$f_{bd} = \frac{2 \cdot \Gamma_{Fd}}{s_u} = \frac{2 \cdot 0.208}{0.25} = 1.67\ MPa$$

$$l_e = max\left\{\frac{1}{1.25 \cdot 1.67}\sqrt{\frac{\pi^2 \cdot 252000 \cdot 0.164 \cdot 0.208}{2}}\ ;\ 200\ mm\right\}$$

$$l_e = max\{98.9\ , 200\ mm\} = 200\ mm$$

A téglalap keresztmetszetű, U-alakban beburkolt elemek esetén az FRP hatékony tervezési szilárdsága az alábbi módon számítható:

$$f_{fed} = f_{fdd} \cdot \left[1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{l_e \cdot \sin\beta}{\min\{0{,}9 \cdot d, h_w\}}\right]$$

ahol f_{fdd} jelenti a szakítószilárdság tervezési értékét:

$$f_{fdd} = \frac{1}{\gamma_{f,d}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot \Gamma_{Fd}}{t_f}}$$

$$f_{fdd} = \frac{1}{1.20} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 252000 \cdot 0.208}{0.164}} = 667\ MPa$$

$$\min\{0{,}9 \cdot d, h_w\} = \min\{0{,}9 \cdot 520; 300\} = 300\ mm$$

$$\phi_R = 0.2 + 1.6\frac{r_c}{b_w}, \qquad 0 \le \frac{r_c}{b_w} \le 0.5$$

$$\phi_R = 0.2 + 1.6\frac{20}{300} = 0.307, \qquad 0 < \frac{20}{300} = 0.066 < 0.5$$

f_{fd} az FRP tervezési szilárdsága, ami a következőképpen fejezhető ki:

$$f_{fd} = \eta_a \cdot \frac{f_{f,uk}}{\gamma_f}$$

$$f_{fd} = 0.95 \cdot \frac{4900}{1.10} = 4232\ MPa$$

$$f_{fed} = 667 \cdot \left[1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{200}{300}\right] = 519\ MPa$$

Az FRP hozzájárulása a nyírási teherbíráshoz, $V_{Rd,f}$, az alábbi módon számítható:

$$V_{Rd,f} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot 0.9 \cdot d \cdot f_{fed} \cdot 2 \cdot t_f \cdot (\cot\theta + \cot\beta) \cdot \frac{b_f}{p_f}$$

$$V_{Rd,f} = \frac{1}{1.20} \cdot 0.9 \cdot 520 \cdot 519 \cdot 2 \cdot 0.164 \cdot (\cot 45° + \cot 90°) \cdot 1 = 66.4\ kN$$

U-alakú és szakaszos burkolású megerősítés esetén (b_f= 100 mm; p_f= 200 mm), számítható, hogy:

$$k_b = \sqrt{\frac{2 - \frac{b_f}{b}}{1 + \frac{b_f}{b}}} \ge 1 \qquad \text{feltéve, hogy} \qquad \frac{b_f}{b} \ge 0.25$$

Ahol $b = p_f$ szakaszos burkolás esetén:

$$k_b = \sqrt{\frac{2 - \frac{b_f}{p_f}}{1 + \frac{b_f}{p_f}}} = \sqrt{\frac{2 - \frac{100}{200}}{1 + \frac{100}{200}}} = \sqrt{\frac{2 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}}} = \sqrt{\frac{1.5}{1.5}} = 1$$

$$\Gamma_{Fd} = \frac{k_b \cdot k_G}{FC} \cdot \sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctm}}$$

$$\Gamma_{Fd} = \frac{1.0 \cdot 0.037}{1.20} \cdot \sqrt{24 \cdot 1.90} = 0.208\ MPa$$

$$l_e = max\left\{\frac{1}{\gamma_{Rd} \cdot f_{bd}} \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E_f \cdot t_f \cdot \Gamma_{Fd}}{2}}\ ;\ 200\ mm\right\}$$

$$f_{bd} = \frac{2 \cdot \Gamma_{Fd}}{s_u} = \frac{2 \cdot 0.208}{0.25} = 1.67\ MPa$$

$$l_e = max\left\{\frac{1}{1.25 \cdot 1.67} \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot 252000 \cdot 0.164 \cdot 0.208}{2}}\ ;\ 200\ mm\right\}$$

$$l_e = max\{98.9\ , 200\ mm\} = 200\ mm$$

$$f_{fed} = f_{fdd} \cdot \left[1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{l_e \cdot \sin\beta}{\min\{0{,}9 \cdot d, h_w\}}\right]$$

$$f_{fdd} = \frac{1}{\gamma_{f,d}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot \Gamma_{Fd}}{t_f}}$$

$$f_{fdd} = \frac{1}{1.20} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 252000 \cdot 0.208}{0.164}} = 667\ MPa$$

$$\min\{0.9 \cdot d, h_w\} = \min\{0.9 \cdot 520; 300\} = 300\ mm$$

$$\phi_R = 0.2 + 1.6\frac{r_c}{b_w}, \qquad 0 \le \frac{r_c}{b_w} \le 0.5$$

$$\phi_R = 0.2 + 1.6\frac{20}{300} = 0.307, \qquad 0 < \frac{20}{300} = 0.066 < 0.5$$

$$f_{fd} = \eta_a \cdot \frac{f_{f,uk}}{\gamma_f}$$

$$f_{fd} = 0.95 \cdot \frac{4900}{1.10} = 4232\ MPa$$

$$f_{fed} = 667 \cdot \left[1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{200}{300}\right] = 519\ MPa$$

Az FRP hozzájárulása a nyírási teherbíráshoz, $V_{Rd,f}$, az alábbi módon számítható:

$$V_{Rd,f} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot 0.9 \cdot d \cdot f_{fed} \cdot 2 \cdot t_f \cdot (\cot\theta + \cot\beta) \cdot \frac{b_f}{p_f}$$

$$V_{Rd,f} = \frac{1}{1.20} \cdot 0.9 \cdot 520 \cdot 519 \cdot 2 \cdot 0.164 \cdot (\cot 45° + \cot 90°) \cdot \frac{100}{200} = 33.2\ kN$$

3 HAJLÍTÁSI MEGERŐSÍTÉS

Hajlítási megerősítés szükséges azoknak a szerkezeti elemeknek, amelyek nagyobb hajlítnyomatéknak vannak kitéve, mint azok hajlítási teherbírása. Az alábbiakban csak az egytengelyű hajlítás esetével foglalkozunk (pl. amikor a hajlítás tengelye egybeesik a keresztmetszet fő inercia tengelyével, különösen egy szimmetria tengellyel).

Az FRP-vel megerősített vasbeton elemek teherbírási határállapotának számítása a következő alapvető feltevésekre épül:

- A gerenda keresztmetszete, amely a lehajlás előtt merőleges a gerenda tengelyére, a lehajlás után is sík és merőleges marad a gerenda tengelyére;
- Az FRP és a beton, valamint az acél és a beton között tökéletes a tapadás;
- A beton nem vesz fel húzást;
- A betonra és az acélra vonatkozó anyagtörvényeket az érvényes szabványok szerint kell figyelembe venni;
- Az FRP-t a tönkremenetelig lineárisan rugalmas anyagnak tekintjük.

Az FRP erősítés alacsony acélmegerősítési arányok esetén hatékony (vagyis az acél folyási határállapotban van); a továbbiakban közölt szabályok kizárólag erre a helyzetre vonatkoznak. Feltételezzük, hogy a hajlítási tönkremenetel akkor következik be, ha az alábbi feltételek egyike teljesül:

- A beton elérte a mindenkori építési szabványok által meghatározott maximális, ε_{cu} , nyomási alakváltozást.
- Az FRP elérte a maximális nyúlást, ε_{fd} ; az ε_{fd} a következőképpen számítható:

$$\varepsilon_{fd} = min\left\{\eta_a \cdot \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f}, \varepsilon_{fdd}\right\}$$

ahol:

- az ε_{fk} az alkalmazott megerősítő rendszer szakadó nyúlásának karakterisztikus értéke;
- η_a a környezeti konverziós tényező (3-2. táblázat);

- γ_f az anyag parciális tényezője =1.10;
- ε_{fdd} a közbenső leválás miatti legnagyobb nyúlás az alábbiak szerint:

$$\varepsilon_{fdd} = \frac{f_{fdd,2}}{E_f} \geq \varepsilon_{sy} - \varepsilon_0$$

Ahol ε_{sy} a vasalás meglévő folyási tervezési alakváltozása és ε_0 a beton alakváltozása a húzott szálban az FRP megerősítése előtt.

Az FRP megerősítés leválási tervezési szilárdsága (2. mód, tervezési szakítószilárdság a közbenső leváláshoz):

$$f_{fdd,2} = \frac{k_q}{\gamma_{f,d}} \sqrt{\frac{E_f}{t_f} \cdot \frac{2 \cdot k_b \cdot k_{G,2}}{FC} \sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctm}}}$$

ahol

- $k_{G,2} = 0.10\ mm$ (kísérleti parciális tényező);
- $k_q = \begin{cases} 1.25 & \text{megoszló terhelésnél} \\ 1.00 & \text{koncentrált terhelésnél} \end{cases}$
- $\gamma_{f,d} =$ az FRP leválási ellenállás parciális tényezője

Az optimális rögzítési hosszúságnál, l_b , rövidebb, l_e , hosszúság esetén a végső tervezési szilárdságot a következő egyenlet szerint kell csökkenteni:

$$f_{fdd,rid} = f_{fdd} \cdot \frac{l_b}{l_{ed}} \cdot \left(2 - \frac{l_b}{l_{ed}}\right)$$

Ahol f_{fdd}, a tervezési szakítószilárdság a laminátum / lemez végének leválásánál (1. mód)

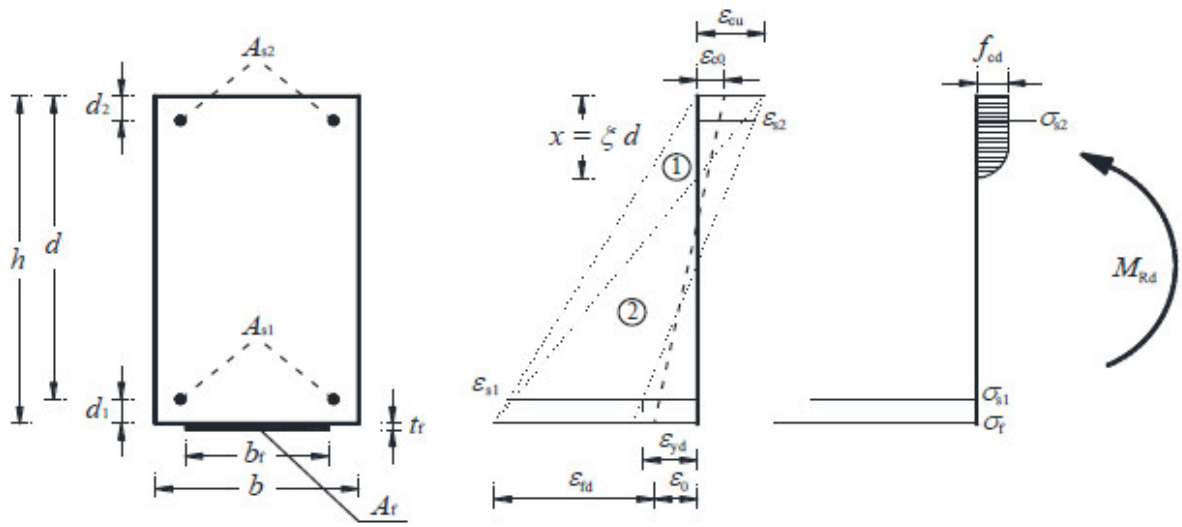
$$f_{fdd} = \frac{1}{\gamma_{f,d}} \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot \Gamma_{\mathrm{Fd}}}{t_f}}$$

Az FRP-vel történő megerősítés hajlítási méretezése az alakváltozás-kompatibilitás és az erőegyensúly alkalmazásával végezhető el. A feszültségnek az elem bármely pontján összhangban kell lennie az adott pont alakváltozásával; a belső erőknek ki kell egyensúlyozniuk a külső terhelés hatásait.

A 13. ábrán bemutatott egyszerű helyzetre hivatkozva kétféle tönkremenetel figyelhető meg, attól függően, hogy az FRP szakadónyúlását (1. régió) vagy a beton végső összenyomódását (2. régió) érjük el.

Amikor a tervezés az 1. régióba esik, a tönkremenetel az FRP rendszer szakadásának tudható be. Bármely ilyen tönkremeneteli módnak megfelelő alakváltozás diagram rögzített pontja az FRP alakváltozásának értéke, ε_{fd}, az előzőekben meghatározottak szerint.

A feszültségek eloszlásának az elem magassága mentén lineárisnak kell lennie, hogy megfeleljen az ebben a fejezetben korábban bemutatott alapvető hipotéziseknek. Ezeket a következőképpen kell kiszámítani:



13. ábra – FRP-vel megerősített vasbeton elem tönkremeneteli módjai

- (FRP) $\varepsilon_f = \varepsilon_{fd}$,

- (nyomott beton) $\varepsilon_c = (\varepsilon_{fd} + \varepsilon_o) \cdot \dfrac{x}{(h-x)} \leq \varepsilon_{cu}$,

- (nyomott acél) $\varepsilon_{s2} = (\varepsilon_{fd} + \varepsilon_o) \cdot \dfrac{x - d_2}{(h-x)}$,

- (húzott acél) $\varepsilon_{s1} = (\varepsilon_{fd} + \varepsilon_o) \cdot \dfrac{d - x}{(h-x)}$,

Ahol ε_{cu}, a beton végső összenyomódását jelenti. Különösen a semleges x tengely helyzetét, távolságát határozza meg az elem keresztmetszet nyomott szélső szálától; ε_0 a beton alakváltozása a húzott szélső szálon az FRP megerősítés előtt, és az alakváltozás diagram linearitása alapján,

a keresztmetszet mechanikai és geometriai tulajdonságainak függvényében nyerhető:

$$\varepsilon_0 = \frac{M_0 \cdot (h - x_0)}{I_0 \cdot E_c}$$

$$b\,\frac{x_0^2}{2} + n_s \cdot A_s' \cdot (x_0 - d_2) - n_s \cdot A_s \cdot (d - x_0) = 0 \qquad \Longrightarrow \quad x_0$$

$$I_0 = b\,\frac{x_0^3}{3} + n_s \cdot A_s' \cdot (x_0 - d_2)^2 + n_s \cdot A_s \cdot (d - x_0)^2$$

ahol:

- M_0 az a hajlító nyomaték, amely az FRP beépítésének idején az önsúlyteher miatt lép fel,
- E_c a beton Young-féle rugalmassági modulusa az NTC 2008 szerint:

$$E_c = 22000 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0.3}$$

Amikor a tervezés a 2. régióba esik, a tönkremenetel a beton összemorzsolódásának (az ε_{cu}-val egyenlő alakváltozásnak) köszönhető, amikor a húzott acél megfolyik, míg az FRP alakváltozása nem érte el végső értékét. Az alakváltozások eloszlásának az elem magassága mentén lineárisnak kell lennie ahhoz, hogy teljesüljenek az ebben a fejezetben korábban bemutatott alapvető feltételezések. Ezeket a következőképpen kell kiszámítani:

- (FRP) $\varepsilon_f = \frac{\varepsilon_{cu}}{x} \cdot (h - x) - \varepsilon_0 \leq \varepsilon_{fd}$,
- (nyomott beton) $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$,
- (nyomott acél) $\varepsilon_{s2} = \varepsilon_{cu} \cdot \frac{x - d_2}{x}$,
- (húzott acél) $\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{cu} \cdot \frac{d - x}{x}$.

Mindkét tönkremeneteli mód esetében a semleges tengely x helyzetét az egyensúlyi egyenlet segítségével lehet kiszámítani a gerenda tengelye mentén az alábbiak szerint:

$$\Psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s - A_{s1} \cdot \varepsilon_{s1} \cdot E_s - A_f \cdot \varepsilon_f \cdot E_f = 0$$

A megerősített elem hajlítási teherbírása (M_{Rd}) kiszámítható a nyomatéki egyensúlyi egyenlet segítségével az alábbiak szerint:

$$M_{Rd} = \Psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - \lambda \cdot x) + A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s \cdot (d - d_2) + A_f \cdot \varepsilon_f \cdot E_f \cdot d_1$$

A korábbi egyenletekben a ψ és λ dimenzió nélküli együtthatók a nyomófeszültségek eredőjét és annak szélső nyomott szálától mért távolságát jelentik, elosztva őket $b \cdot x \cdot f_{cd}$ -vel, illetve x-el.

Ha az acél rugalmas állapotban van, akkor a feszültségek úgy kaphatók meg, hogy a megfelelő alakváltozást megszorozzuk a Young-féle rugalmassági modulussal; különben feltételezhető, hogy az egyenlő a folyási feszültséggel, f_{yd}. Mind az 1., mind a 2. régióban az acélrudak nyúlási alakváltozása mindig nagyobb, mint az ε_{yd}.

Mivel az FRP anyagoknak a tönkremenetelig lineárisan rugalmassági viselkedésük van, a feszültségük a Young rugalmassági modulus és a számított alakváltozás szorzatából megkapható.

3.1 Számítási példa a téglalap alakú keresztmetszet hajlítási megerősítésére MAPEWRAP C UNI-AX 300 termékkel

Ebben a példában egy 40 x 60 cm méretű vasbeton gerenda hajlítási teherbírását számítjuk, 2ϕ10+5ϕ16 (1160 mm^2) acélbetétekkel alul és 2ϕ10 (157 mm^2) acélbetétekkel felül, közbenső mezőben, mind az eredetileg megépült gerendára, mind pedig a hajlítási megerősítés utáni állapotra.

Az in situ vizsgálatokból (OPCM 3431, Cap 11.) származó átlagos anyagszilárdság f_{cm} = 20 MPa betonnál, f_{ym} = 300 MPa acélbetéteknél. A megbízhatósági tényezőt feltételezzük, hogy egyenlő 1,0-el (LC3), és az anyagok tervezési szilárdságát feltételezzük, hogy $f_d = f_m$

Keresztmetszeti jellemzők:

- Elem magassága: H = 600 mm
- Elem szélessége: B = 400 mm
- Húzott acél területe As = 1160 mm^2
- Nyomott acél területe: A's = 157 mm^2
- Betontakarás: d_1 = 40 mm
- Hatékony magasság: d=560 mm

Anyagjellemzők:

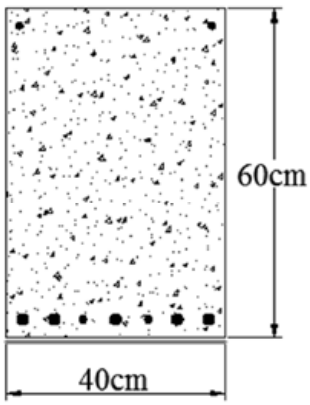
Beton:

$f_{cm} =$ 20 MPa

Betonacél:

$f_{ym} =$ 300 MPa

E_s =210000 MPa



14. ábra – 40 x 60 cm keresztmetszet – Hajlítási megerősítés

A hajlítási megerősítést egyirányú, magas rugalmassági modulusú szénszálas szövettel végezzük, melynek típusa MAPEWRAP C UNI-AX 300, és amelynek jellemzői:

FRP jellenzők	
Vastagság rétegenként t_f	**0.164 mm**
Szakítószilárdság $f_{f,uk}$	**4900 MPa**
Szakadási nyúlás ε_{fk}	**0.0190 mm/mm**
Rugalmassági modulus E_f	**252000 MPa**

- Rétegek száma: n_f:1
- FRP megerősítő sávok szélessége: b_f: 400 mm

Feltéve, hogy a keresztmetszeten az FRP beépítésekor ható hajlítónyomaték M_0=0; a gerenda megoszló terhelésnek van kitéve (k_q=1.25) és beltéri környezetben van (3.5.1. szakasz – 3-2. táblázat), a környezeti konverziós tényező η_a = 0.95.

Az eredeti gerendára az olasz "NTC08" szabvány előírása miatt a beton nyomási alakváltozása tönkremenetel esetén ε_{cu} = 0.0035 (3.5‰), és feszültség-blokk feltételezése (ψ = 0.8; λ = 0.416) mellett az eredmények: $k = y_c = 50.6\ mm$, a semleges tengely magassága; $M_{Rd} = 187.10 kNm$, a hajlítási teherbírás;

amelyek a két egyensúlyi egyenletből számíthatók, és amelyben a megerősítés hozzájárulását nem vettük figyelembe.

$$\Psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s - A_{s1} \cdot \varepsilon_{s1} \cdot E_s = 0$$

$$0.8 \cdot 400 \cdot 50.6 \cdot 20 + 157 \cdot 154 - 1160 \cdot 300 = 0$$

$$M_{Rd} = \Psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - \lambda \cdot x) + A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s \cdot (d - d_2)$$

$$M_{Rd} = 0.8 \cdot 400 \cdot 50.6 \cdot 20 \cdot (560 - 0.416 \cdot 50.6) + 157 \cdot 154 \cdot (560 - 40) = 187.10\ kNm$$

Megerősített gerenda esetén a semleges tengely helyzetét iteratív módszerrel határozzuk meg, mivel ellenőrizni kell, hogy melyik anyag, a beton vagy az FRP éri el az először a végső alakváltozást.

A maximális FRP nyúlás, ε_{fd}, a következőképpen számítható:

$$\varepsilon_{fd} = min\left\{\eta_a \cdot \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f}, \varepsilon_{fdd}\right\}$$

$$\varepsilon_{fdd} = \frac{f_{fdd,2}}{E_f} \geq \varepsilon_{sy} - \varepsilon_0$$

Az FRP megerősítés leválási tervezési szilárdsága (2. mód, határ tervezési szilárdság a közbenső leváláshoz):

$$f_{fdd,2} = \frac{k_q}{\gamma_{f,d}} \sqrt{\frac{E_f}{t_f} \cdot \frac{2 \cdot k_b \cdot k_{G,2}}{FC} \sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctm}}}$$

$$f_{ctm} = 0.3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 0.3 \cdot \sqrt[3]{(f_{cm} - 8)^2} = 0.3 \cdot \sqrt[3]{(20 - 8)^2} = 1.57\ MPa$$

$$k_b = \sqrt{\frac{2 - \frac{b_f}{b}}{1 + \frac{b_f}{b}}} \geq 1$$

$$k_b = \sqrt{\frac{2 - \frac{400}{400}}{1 + \frac{400}{400}}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0.707 < 1 \Longrightarrow 1.0$$

$$f_{fdd,2} = \frac{1.25}{1.2}\sqrt{\frac{252000}{0.164} \cdot \frac{2 \cdot 1 \cdot 0.10}{1.0}\sqrt{20 \cdot 1.57}} = 1367\ MPa$$

$$\varepsilon_{fdd} = \frac{1367}{252000} = 0.00543 > 0.00143$$

$$\varepsilon_{fd} = min\left\{\eta_a \cdot \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f}, \varepsilon_{fdd}\right\} = min\left\{0.95 \cdot \frac{0.019}{1.10}, 0.00543\right\} = 0.00543$$

Ebben az esetben az optimális lehorgonyzási hossz egyenlő:

$$l_e = max\left\{\frac{1}{\gamma_{Rd} \cdot f_{bd}}\sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E_f \cdot t_f \cdot \Gamma_{Fd}}{2}}\ ;\ 200\ mm\right\}$$

$$\Gamma_{Fd} = \frac{k_b \cdot k_G}{FC} \cdot \sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctm}}$$

$$\Gamma_{Fd} = \frac{1.0 \cdot 0.037}{1.00} \cdot \sqrt{20 \cdot 1.57} = 0.207\ MPa$$

$$f_{bd} = \frac{2 \cdot \Gamma_{Fd}}{s_u} = \frac{2 \cdot 0.207}{0.25} = 1.66\ MPa$$

$$l_e = max\left\{\frac{1}{1.25 \cdot 1.66}\sqrt{\frac{\pi^2 \cdot 252000 \cdot 0.164 \cdot 0.207}{2}}\ ;\ 200\ mm\right\}$$

$$l_e = max\{99.1\ , 200\ mm\} = 200\ mm$$

A semleges tengely helyzete, amelynél mindkét anyag egyszerre éri el a végállapotot:

$$x_{lim} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{fd}} \cdot h = \frac{0.0035}{0.0035 + 0.00538} \cdot 600 = 236.5\ mm$$

Ebben az esetben a semleges tengely helyzete, amelyet a vetületi egyensúlyi egyenlet ad meg, és a megerősített elem tervezési hajlítási teherbírása a következők:

$$x = y_c = 67\ mm;\ M_{Rd} = 236.40 kNm$$

$$\Psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s - A_{s1} \cdot \varepsilon_{s1} \cdot E_s - A_f \cdot \varepsilon_f \cdot E_f = 0$$

$$0.8 \cdot 400 \cdot 67.1 \cdot 20 + 157 \cdot 57.48 - 1160 \cdot 300 - 65.6 \cdot 1367 = 0$$

$$M_{Rd} = \Psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - \lambda \cdot x) + A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s \cdot (d - d_2) + A_f \cdot \varepsilon_f \cdot E_f \cdot d_1$$

$$M_{Rd} = 0.8 \cdot 400 \cdot 67.1 \cdot 20 \cdot (560 - 0.416 \cdot 67.1) + 157 \cdot 57.48 \cdot (560 - 40) + 65.6 \cdot 1367 \cdot 40 = 236.40\ kNm$$

Ha a lehorgonyzás hossza, l_b=*150 mm*, rövidebb, mint az optimális lehorgonyzási hossz, l_e=*200 mm*, a tervezési szakítószilárdságot a következő egyenlet szerint kell csökkenteni

$$f_{fdd,rid} = f_{fdd} \cdot \frac{l_b}{l_{ed}} \cdot \left(2 - \frac{l_b}{l_{ed}}\right)$$

Ahol f_{fdd} a tervezési szakítószilárdság a laminátum / lemez végleválásánál (1. mód):

$$f_{fdd} = \frac{1}{\gamma_{f,d}} \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot \Gamma_{\mathrm{Fd}}}{t_f}}$$

$$f_{fdd} = \frac{1}{1.2} \sqrt{\frac{2 \cdot 252000 \cdot 0.207}{0.164}} = 665\ MPa$$

$$f_{fdd,rid} = 665 \cdot \frac{150}{200} \cdot \left(2 - \frac{150}{200}\right) = 624\ MPa$$

$$\varepsilon_{fdd} = \frac{f_{fdd,rid}}{E_f} = \frac{624}{252000} = 0.00248$$

$$\varepsilon_{fd} = min\left\{\eta_a \cdot \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f}, \varepsilon_{fdd}\right\} = min\left\{0.95 \cdot \frac{0.019}{1.10}, 0.00248\right\} = 0.00248$$

Ebben az esetben a semleges tengely helyzete, amelyet a keresztmetszeti egyensúlyi egyenlet ad meg, és a megerősített elem tervezési hajlítási teherbírása:

$$x = y_c = 60.3\ mm;\ M_{Rd} = 209.63 kNm$$

$$\Psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s - A_{s1} \cdot \varepsilon_{s1} \cdot E_s - A_f \cdot \varepsilon_f \cdot E_f = 0$$

$$0.8 \cdot 400 \cdot 60.3 \cdot 20 + 157 \cdot 19.54 - 1160 \cdot 300 - 65.6 \cdot 624 = 0$$

$$M_{Rd} = \Psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - \lambda \cdot x) + A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s \cdot (d - d_2) + A_f \cdot \varepsilon_f \cdot E_f \cdot d_1$$

$$M_{Rd} = 0.8 \cdot 400 \cdot 60.3 \cdot 20 \cdot (560 - 0.416 \cdot 60.3) + 157 \cdot 19.54 \cdot (560 - 40) + 65.6 \cdot 624 \cdot 40 = 209.63\ kNm$$

3.2 Számítási példa a tengelyirányú erőnek kitett téglalap alakú keresztmetszet hajlítási megerősítésére, MAPEWRAP C UNI-AX 300 termékkel

Vegyük az előző példában szereplő keresztmetszetet és legyen a rá ható tengelyirányú erő N_{sd}= 500 kN.

Keresztmetszeti jellemzők:

- Elem magassága: H = 600 mm
- Elem szélessége: B = 400 mm
- Húzott acél területe: A_s = 1160 mm^2
- Nyomott acél területe: A'_s = 157 mm^2
- Betontakarás: d_1 = 40 mm
- Hatékony magasság: d=560 mm

Anyagjellemzők:

Beton:

$f_{cm} =$ 20 MPa

Betonacél:

f_{ym} = 300 MPa

E_s =210000 MPa

Az eredeti gerendára az olasz "NTC08" szabvány előírása miatt a beton nyomási alakváltozása tönkremenetel esetén, ε_{cu} = 0.0035 (3.5‰), és feszültség-blokk feltételezése (ψ = 0.8; λ = 0.416) mellett az eredmények: $k = y_c = 125\ mm$, a semleges tengely magassága; M_{Rd}= $301.3 kNm$, a hajlítási teherbírás; amelyek a két egyensúlyi egyenletből számíthatók, és amelyben a megerősítés hozzájárulását nem vettük figyelembe.

$$\Psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s - A_{s1} \cdot \varepsilon_{s1} \cdot E_s = N_{sd}$$

$$0.8 \cdot 400 \cdot 125 \cdot 20 + 157 \cdot 300 - 1160 \cdot 300 = 500$$

$$M_{Rd} = \Psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - \lambda \cdot x) + A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s \cdot (d - d_2) - N_{sd} \cdot \left(\frac{H}{2} - d_1\right)$$

$$M_{Rd} = 0.8 \cdot 400 \cdot 125 \cdot 20 \cdot (560 - 0.416 \cdot 125) + 157 \cdot 300 \cdot (560 - 40) - 500000 \cdot \left(\frac{600}{2} - 40\right) = 301.3\ kNm$$

Megerősített gerenda esetén a semleges tengely helyzetét iteratív módszerrel határozzuk meg, mivel ellenőrizni kell, hogy melyik anyag, a beton vagy az FRP éri el az először a végső alakváltozást.

Ebben az esetben a semleges tengely pozíciója, amelyet a vetületi egyensúlyi egyenletből kapunk meg, valamint a megerősített elem tervezési hajlítási teherbírása:

$$x = y_c = 140.4\ mm;\ M_{Rd} = 344.65 kNm$$

$$\Psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s - A_{s1} \cdot \varepsilon_{s1} \cdot E_s - A_f \cdot \varepsilon_f \cdot E_f = N_{sd}$$

$$0.8 \cdot 400 \cdot 140.4 \cdot 20 + 157 \cdot 249 - 1160 \cdot 300 - 65.6 \cdot 1367 = 500$$

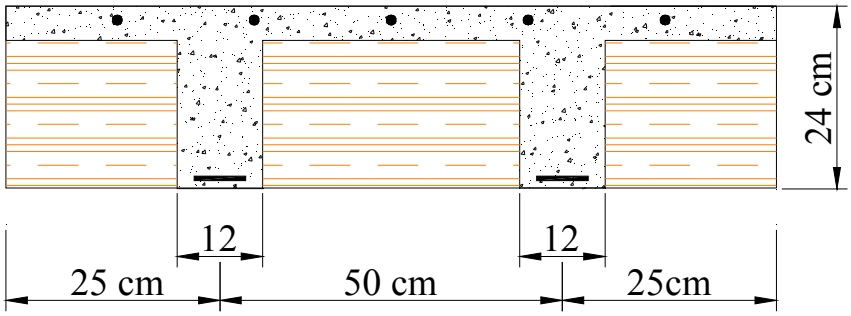
$$M_{Rd} = \Psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - \lambda \cdot x) + A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s \cdot (d - d_2) + A_f \cdot \varepsilon_f \cdot E_f \cdot d_1 - N_{sd} \cdot \left(\frac{H}{2} - d_1\right)$$

$$M_{Rd} = 0.8 \cdot 400 \cdot 140.4 \cdot 20 \cdot (560 - 0.416 \cdot 140.4) + 157 \cdot 249 \cdot (560 - 40) + 65.6 \cdot 1367 \cdot 40 - 500000 \cdot \left(\frac{600}{2} - 40\right) = 344.65\ kNm$$

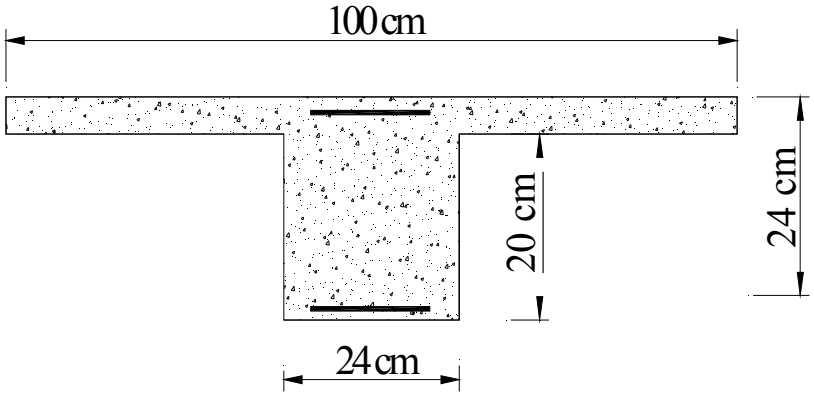
3.3 Számítási példa a T-gerenda keresztmetszet hajlítási megerősítésére MAPEWRAPC UNI-AX 300 termékkel

Vegyünk egy vasbeton födémet, amelyet a 15. ábra mutat, 4cm lemezvastagsággal és 12cm széles gerendákkal, szimmetrikus betonacél elrendezéssel, melynek területe 15.70 cm^2. Az átlagos anyagszilárdságok f_{cm} = 20 MPa és f_{ym} = 300 MPa, és feltételezzük, hogy a megbízhatósági tényező FC=1.

Feltételezzük, hogy az FRP beépítésének idejében a keresztmetszetre ható hajlítónyomaték M_0=0; a lemezre egyenletesen megoszló teher hat (k_q=1.25) és a felhasználás beltéri (3.5.1 fejezet, 3-2 táblázat), vagyis a környezeti konverziós tényező η_a = 0.95.



15. ábra – Födém



16. ábra – Födém keresztmetszete

Az eredeti gerendára az olasz "NTC08" szabvány előírása miatt a beton nyomási alakváltozása tönkremenetel esetén, $\varepsilon_{cu} = 0.0035$ (3.5‰), és feszültség-blokk feltételezése ($\psi = 0.8$; $\lambda = 0.416$) mellett az eredmények:

$k = y_c = 29.84\ mm$, a semleges tengely magassága; $M_{Rd} = 93.20 kNm$, a hajlítási teherbírás; amelyek a két egyensúlyi egyenletből számíthatók, és amelyben a megerősítés hozzájárulását nem vettük figyelembe.

$$\Psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s - A_{s1} \cdot \varepsilon_{s1} \cdot E_s = 0$$

$$0.8 \cdot 1000 \cdot 29.84 \cdot 20 + 1570 \cdot -4.1 - 1570 \cdot 300 = 0$$

$$M_{Rd} = \Psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - \lambda \cdot x) + A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s \cdot (d - d_2)$$

$$M_{Rd} = 0.8 \cdot 1000 \cdot 29.84 \cdot 20 \cdot (210 - 0.416 \cdot 29.84) + 1570 \cdot -4.1 \cdot (210 - 30)$$

$$= 93.2\ kNm$$

A hajlítási megerősítést egyirányú, magas rugalmassági modulusú szénszálas szövettel végezzük, melynek típusa MAPEWRAP C UNI-AX 300, és amelynek jellemzői:

FRP jellemzők	
Vastagság rétegenként t_f	**0.164 mm**
Szakítószilárdság $f_{f,uk}$	**4900 MPa**
Szakadási nyúlás ε_{fk}	**0.0190 mm/mm**
Rugalmassági modulus E_f	**252000 MPa**

- Rétegek száma: n_f: 1
- FRP megerősítő sávok szélessége: b_f: 100 mm

Ebben az esetben a semleges tengely helyzete, amelyet a vetületi egyensúlyi egyenlet ad meg, és a megerősített elem tervezési hajlítási teherbírása a következők:

$$x = y_c = 30.6\ mm;\ M_{Rd} = 98.10 kNm$$

$$\Psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s - A_{s1} \cdot \varepsilon_{s1} \cdot E_s - A_f \cdot \varepsilon_f \cdot E_f = 0$$

$$0.8 \cdot 1000 \cdot 30.6 \cdot 20 + 1570 \cdot 3.17 - 1570 \cdot 300 - 16.4 \cdot 1406 = 0$$

$$M_{Rd} = \Psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - \lambda \cdot x) + A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s \cdot (d - d_2) + A_f \cdot \varepsilon_f \cdot E_f \cdot d_1$$

$$M_{Rd} = 0.8 \cdot 1000 \cdot 30.6 \cdot 20 \cdot (210 - 0.416 \cdot 30.6) + 1570 \cdot 3.17 \cdot (210 - 30) + 16.4 \cdot 1406 \cdot 30 = 98.10\ kNm$$

Ugyanabból az anyagból készült hajlítási megerősítésnél, de 200 mm széles FRP alkalmazása esetén az eredmények a következők:

$$x = y_c = 31.5\ mm;\ M_{Rd} = 102.70 kNm$$

Az alábbi értékek az előző keresztmetszet különböző típusú megerősítései esetére a hajlítási teherbírásra vonatkoznak:

1. Carboplate E 170, pultrúdált szénszálas lamella, rugalmassági modulus 170 GPa, szakítószilárdság 3100 MPa, vastagság 1.4 mm;
2. Carboplate E 200, pultrúdált szénszálas lamella, rugalmassági modulus 200 GPa, szakítószilárdság 3300 MPa, vastagság 1.4 mm;
3. Carboplate E 250, pultrúdált szénszálas lamella, rugalmassági modulus 250 GPa, szakítószilárdság 2500 MPa, vastagság 1.4 mm;
4. MapeWrap C UNI-AX HM 300, egyirányú szénszálas szövet, rugalmassági modulus 390 GPa, szakítószilárdság 4410 MPa, vastagság 0.164 mm;
5. MapeWrap C UNI-AX300, egyirányú szénszálas szövet, rugalmassági modulus 252 GPa, szakítószilárdság 4900 MPa, vastagság 0.164 mm;
6. MapeWrap C UNI-AX600, egyirányú szénszálas szövet, rugalmassági modulus 252 GPa, szakítószilárdság 4900 MPa, vastagság 0.331 mm.

FRP anyag	**Szélesség**	**Rétegek**	**Hajlítási teherbírás [kNm]**
Carboplate E 170	100	1	105.0
Carboplate E 170	200	1	116.0
Carboplate E 170	100	2	109.8
Carboplate E 200	100	1	105.39
Carboplate E 200	200	1	118.0

Carboplate E 250	100	1	107.5
Carboplate E 250	200	1	120.8
Carboplate E 250	100	2	113.4
MapeWrap C UNI-AX HM 300	100	1	99.3
MapeWrap CUNI-AX HM 300	200	1	105.0
MapeWrap CUNI-AX HM 300	100	2	101.8
MapeWrap C 300 UNI-AX	100	1	98.1
MapeWrap C 300 UNI-AX	200	1	102.7
MapeWrap C 300 UNI-AX	200	2	106.67
MapeWrap C 600 UNI-AX	100	1	100.1
MapeWrap C 600 UNI-AX	200	1	106.73

4 HASZNÁLHATÓSÁGI HATÁRÁLLAPOT - FESZÜLTSÉGKORLÁTOZÁS

A használhatósági határállapotra történő tervezés végrehajtható úgy, hogy mind a repedésmentes, mind pedig a berepedt keresztmetszet esetén minden anyag lineárisan rugalmasan viselkedik. Az FRP beépítésekor meglévő nyúlást is figyelembe kell venni. A szuperpozíció elvét a tervezés során alkalmazhatjuk. A tervezési feltételek az alábbiak:

- Minden anyag lineárisan rugalmasan viselkedik;
- A gerenda keresztmetszetek, amelyek a gerenda tengelyére merőlegesek voltak a lehajlás előtt, merőlegesek maradnak a gerenda tengelyére a lehajlás után is;
- Tökéletes a tapadás az acél és a beton, valamint a beton és az FRP között.

Az első feltételezés lehetővé teszi, hogy minden anyagra vonatkozóan a Young-féle rugalmassági modulus állandó legyen. A második az alakváltozás diagram linearitására vonatkozik. A harmadik, az elsővel együtt lehetővé teszi a rugalmassági modulusok arányainak definícióját:

$$n_s = \frac{\sigma_s}{\sigma_c} = \frac{E_s}{E_c} \qquad ; \qquad n_f = \frac{\sigma_f}{\sigma_c} = \frac{E_f}{E_c}$$

Az ilyen modulus arányokat arra használják, hogy a tényleges gerendát olyan gerendává alakítsák át, ami teljes egészében betonból van. A betonban lévő feszültségek levezethetők az alakváltozásokból, ha ezeket megszorozzuk a Young-féle rugalmassági modulussal, E_c.
A tényleges feszültségértékek az acélban és az FRP-ben n_s vagy n_f -szeresek, a beton szomszédos szálaiban mért értékeihez képest.
A moduláris arányok értékeit úgy kell beállítani, hogy figyelembe vegyék a kúszást, valamint a rövid és hosszú távú feltételeket.
Az SLS-nél történő tervezéskor értékelni kell a semleges tengely helyzetét, valamint a tehetetlenségi nyomaték értékét mind a repedt, mind a nem repedt körülmények között az FRP erősítő rendszer telepítése előtt és után.

Az FRP rendszerben a kvázi állandó terhelési feltételre kiszámított üzemi feszültségnek meg kell felelnie az alábbi korlátozásnak: $\sigma_f \leq \eta \cdot f_{fk}$

ahol f_{fk} az FRP karakterisztikus szilárdsága tönkremenetelkor és η a konverziós tényező, amint azt a CNR-DT 200 R1/2013 3.5. szakasz javasolja. A beton és acél üzemi igénybevételét a jelenlegi olasz „NTC08" építési szabályzat szerint korlátozni kell.
Nyomott beton esetében:

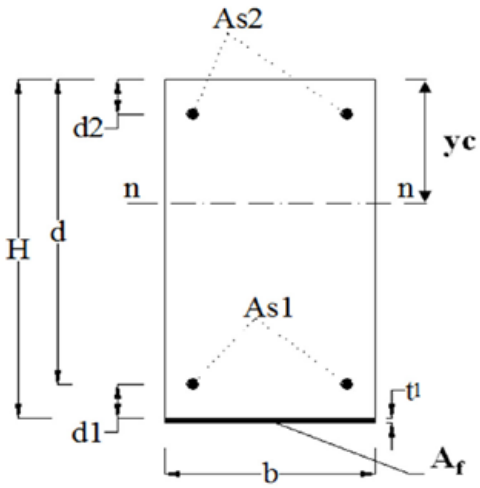
$\sigma_c < 0.60\ f_{ck}$ a karakterisztikus terhelési esetre

$\sigma_c < 0.45\ f_{ck}$ kvázi állandó terhelés esetére

Betonacélhoz:

$\sigma_s < 0.80\ f_{yk}$ csak a karakterisztikus terhelési esetre

Az üzemi terhelés alatt álló anyagok feszültségszintjének értékeléséhez meg kell határozni az anyagok mechanikai tulajdonságait és az FRP megerősítés típusát.



17. ábra – Tervezett keresztmetszet

1 A vasbeton gerenda semleges tengelyének y_c mélysége az FRP alkalmazása előtt és után (elhanyagolva a beton hozzájárulását a húzáshoz) az egyenlet használatával:

$$b\,\frac{y_c^2}{2} + n_s \cdot A_{s2} \cdot (y_c - d_2) - n_s \cdot A_{s1} \cdot (d - y_c) = 0 \qquad \textit{(vb. km.)}$$

$$b\,\frac{y_c^2}{2} + n_s \cdot A_{s2} \cdot (y_c - d_2) - n_s \cdot A_{s1} \cdot (d - y_c) - n_f \cdot A_f \cdot (H - y_c) = 0 \qquad \textit{(vb. km. + FRP)}$$

2 A vasbeton keresztmetszet tehetetlenségi nyomatéka az FRP alkalmazása előtt és után a semleges tengely figyelembe vételével (elhanyagolva a beton hozzájárulását a húzáshoz) az alábbi egyenlet használatával:

$$I_n = b\frac{y_c^3}{3} + n_s \cdot A_{s2} \cdot (y_c - d_2)^2 + n_s \cdot A_{s1} \cdot (d - y_c)^2 \textit{(vb. km.)}$$

$$I_n = b\frac{y_c^3}{3} + n_s \cdot A_{s2} \cdot (y_c - d_2)^2 - n_s \cdot A_{s1} \cdot (d - y_c)^2 + n_f \cdot A_f \cdot (H - y_c)^2 = 0 \quad \textit{(vb. km. + FRP)}$$

3 Az FRP alkalmazása előtti és utáni keresztmetszetre ható terhelések okozta feszültségek értékei az egyes anyagokban az alább egyenletek szerint kell meghatározni, és ellenőrizni:

$$\sigma_c = \frac{M}{I_n} y_c < \begin{cases} 0.60\ f_{ck} & \text{a karakterisztikus terhelési esetre} \\ 0.45\ f_{ck} & \text{a kvázi állandó terhelési esetre} \end{cases}$$

$$\sigma_s = n_s \frac{M}{I_n}(d - y_c) < 0.80\ f_{yk}$$

$$\sigma_f = n_f \frac{M}{I_n}(H - y_c) \leq \eta \cdot f_{fk}$$

Ahol:

- M a keresztmetszetre ható általános hajlítónyomaték értéke;
- η a hosszú távú hatások konverziós tényezője (3.5 fejezet, 3-5 táblázat) :

Table 3-5 – Conversion factor for long-term effects η_1 for several FRP systems at SLS.

Loading mode	Type of fiber/resin	η_1
Continuous (creep and relaxation)	Glass/Epoxy	0.30
	Aramid/Epoxy	0.50
	Carbon/Epoxy	0.80
Cyclic (fatigue)	All	0.50

4.1 Számítási példa használhatósági határállapotban (feszültségkorlátozás), téglalap keresztmetszet CARBOPLATE E 170 termékkel

Ebben a példában egy 30 x 60 cm keresztmetszetű vasbeton gerendának a hajlítási teherbírását vizsgáljuk. A vasalás szimmetrikus, a mezőben mind felső, mind az alsó vasalás 3ϕ20 (942mm^2). Az anyagjellemzőket a helyszíni vizsgálatok alapján állapítjuk meg (OPCM 3431, Cap 11), ezek a következők: f_{cm} = 20 MPa betonra és f_{ym} = 300 MPa betonacélra. A megbízhatósági tényezőt 1.0-nek (LC 3) vesszük, így az anyagok tervezési szilárdság értékei $f_d = f_m$

Keresztmetszeti jellemzők:

- Elem magassága: h = 600 mm
- Elem szélessége: b = 300 mm
- Húzott acélbetétek területe: A_{s1}= 3Φ 20 = 942 mm^2
- Nyomott acélbetétek területe: A_{s2}= 3Φ 20 = 942 mm^2
- Betontakarás: d_1=d_2= 30 mm
- Hatékony magasság: d=570 mm

Anyagjellemzők:

Beton:

$$f_{cm} = 20 \text{ MPa}$$

$$E_c = 22000 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,3} = 22000 \cdot \left(\frac{20}{10}\right)^{0,3} = 27085 \text{ MPa}$$

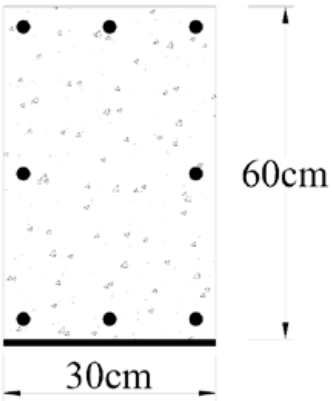
$$f_{ck} = f_{cm} - 8 = 20 - 8 = 12 \text{ MPa}$$

Betonacél:

$$f_{ym} = 300 \text{ MPa}$$

$$E_s = 210000 \text{ MPa}$$

$$n_s = \frac{\sigma_s}{\sigma_c} = \frac{E_s}{E_c} = \frac{210000}{27085} = 23$$



18. ábra – Keresztmetszet 30 x 60 cm

A hajlítási megerősítést pultrúdált szénszálas lamellával végezzük, melynek típusa CARBOPLATE E 170, és amelynek jellemzői az alábbiak:

FRP jellemzők	
Vastagság rétegenként t_f	**1.40 mm**
Szakítószilárdság $f_{f,uk}$	**3100 MPa**
Szakadási nyúlás ε_{fk}	**0.0180 mm/mm**
Rugalmassági modulus E_f	**170000 MPa**

- Rétegek száma: n_f: 1
- FRP megerősítés szélessége: b_f: 300 mm
- FRP megerősítés területe: $A_f = n_f x b_f x t_f$= 1 x 300 x 1.4 = 420 mm^2

$$n_f = \frac{E_f}{E_{c,eff}}$$

$$E_{c,eff} = \frac{E_c}{1+\varphi}$$

Feltéve, hogy $\varphi = 2,$ így:

$$E_{c,eff} = \frac{27085}{1+2} = \frac{27085}{3} = 9028.3\ MPa$$

$$n_f = \frac{E_f}{E_{c,eff}} = \frac{170000}{9028.3} = 18.8$$

Feltételezzük, hogy az FRP beépítése előtt a vasbeton keresztmetszetre önsúlyteherből adódó, $M_1 = 10$ kNm hajlítónyomaték keletkezett.

A semleges tengely helye és a vasbeton keresztmetszet nyomatéka az alábbiak:

$$300\,\frac{y_c^2}{2} + 23 \cdot 942 \cdot (y_c - 30) - 23 \cdot 942 \cdot (570 - y_c) = 0 \implies y_c = 184\,mm$$

$$I_n = 300\frac{184}{3} + 23 \cdot 942 \cdot (184 - 3)^2 + 23 \cdot 942 \cdot (570 - 184)^2 = 4407221647 mm^4$$

A betonban és az acélban keletkező feszültségek:

$$\sigma_c = \frac{M_1}{I_n} y_c = \frac{1000000}{4407221647} \cdot 184 = 0.4\,MPa$$

$$\sigma_s = n_s \frac{M_1}{I_n}(d - y_c) = 23 \cdot \frac{1000000}{4407221647} \cdot (570 - 184) = 20.4\,MPa$$

Feltételezzük, hogy az FRP beépítése után a vasbeton keresztmetszet, hasznos teherből származó $M_2 = 100$ kNm hajlítónyomatéknak van kitéve.

A semleges tengely helye és a vasbeton keresztmetszet nyomatéka az alábbiak:

$$300\,\frac{y_c^2}{2} + 23 \cdot 942 \cdot (y_c - 30) - 23 \cdot 942 \cdot (570 - y_c) - 18.8 \cdot 420 \cdot (600 - y_c) = 0 \implies y_c = 213.58\,mm$$

$$I_n = 300\frac{213.58}{3} + 23 \cdot 942 \cdot (213.58 - 30)^2 + 23 \cdot 942 \cdot (570 - 213.58)^2 + 18.8 \cdot 420 \cdot (600 - 213.58)^2 = 5677043783\,mm^4$$

A betonban és az acélban keletkező feszültségek:

$$\sigma_c = \frac{M_2}{I_n} y_c = \frac{100000000}{5677043783} \cdot \ 213.58 \ = 3.8 \ MPa$$

$$\sigma_s = n_s \frac{M_2}{I_n} (d - y_c) = 23 \cdot \frac{100000000}{5677043783} \cdot (\ 570 - 213.58\ ) = 146.0 \ MPa$$

$$\sigma_f = n_f \frac{M}{I_n} (H - y_c) = 18.8 \cdot \frac{100000000}{5677043783} \cdot (\ 600 - 213.58) = 128.2 \ MPa$$

Feltéve, hogy az FRP rendszer jellemzői romlanak a kúszás és a relaxáció (hosszú távú hatások) miatt, figyelembe vesszük az alábbi, η konverziós tényezőt:

Terhelési mód	Szál/gyanta típusa	η
Folyamatos (kúszás és a relaxáció)	Szén/epoxi	0.80

Vegyük figyelembe, hogy a használhatósági határállapot számítása a „kvázi-állandó" terhelésre vonatkozik és az FRP-vel erősített vasbeton keresztmetszet anyagaiban keletkező feszültségeket a korábban meghatározott feszültségek összegéből kapjuk, amelyek kielégítik a korlátozás követelményét:

$$\sigma_c = 0.4 + 4.2 = \mathbf{4.2\ MPa} < 0.45 \cdot 12 = \mathbf{5.4\ MPa}$$ *(Megfelel)*

$$\sigma_s = 20.3 + 146 = \mathbf{166.4\ MPa} < 0.80 \cdot 300 = \mathbf{240\ MPa}$$ *(Megfelel)*

$$\sigma_f = \mathbf{128.2\ MPa} < 0.80 \cdot 3100 = \mathbf{2480\ MPa}$$ *(Megfelel)*

Tartalomjegyzék

1 KÖPENYEZÉS 1

1.1 Számítási példa egy téglalap keresztmetszet folytonos köpenyezésére MAPEWRAP C UNI-AX 300 termékkel 1

1.2 Számítási példa egy téglalap keresztmetszet szakaszos köpenyezésére MAPEWRAP C UNI-AX 300 termékkel 6

1.3 Számítási példa egy kör keresztmetszet szakaszos köpenyezésére MAPEWRAP C UNI-AX 300 termékkel 10

1.4 Számítási példa egy kör keresztmetszet folytonos köpenyezésére MAPEWRAP C UNI-AX 300 termékkel 13

1.5 Számítási példa egy téglalap keresztmetszet folytonos köpenyezésére MAPEWRAP B UNI-AX 400 termékkel 15

1.6 Számítási példa egy téglalap keresztmetszet folytonos köpenyezésére MAPEWRAP G UNI-AX 900 termékkel 19

2 NYÍRÁSI MEGERŐSÍTÉS 24

2.1 Számítási példa egy téglalap keresztmetszet folytonos nyírási megerősítésére MAPEWRAP C UNI-AX 300 termékkel 24

2.2 Számítási példa egy téglalap keresztmetszet szakaszos nyírási megerősítésére MAPEWRAP C UNI-AX 300 termékkel 28

2.3 Számítási példa egy T keresztmetszetű gerenda U-alakban burkolt nyírási megerősítésére MAPEWRAP C UNI-AX 300 termékkel 31

3 HAJLÍTÁSI MEGERŐSÍTÉS 37

3.1 Számítási példa a téglalap alakú keresztmetszet hajlítási megerősítésére MAPEWRAP C UNI-AX 300 termékkel 42

3.2 Számítási példa a tengelyirányú erőnek kitett téglalap alakú keresztmetszet hajlítási megerősítésére MAPEWRAP C UNI-AX 300 termékkel 48

3.3 Számítási példa a T-gerenda keresztmetszet hajlítási megerősítésére MAPEWRAP C UNI-AX 300 termékkel 50

4 HASZNÁLHATÓSÁGI HATÁRÁLLAPOT - FESZÜLTSÉGKORLÁTOZÁS 54

4.1 A számítási példa téglalap alakú keresztmetszet használhatósági határállapotára (feszültségkorlátozására) CARBOPLATE E 170 termékkel 57